



PROGETTO

DI

RICERCA AZIONE

““La revisione interculturale dei curricoli scolastici per una nuova cittadinanza coesa e basata sul rispetto dei valori della Costituzione”

DISCIPLINA: MATEMATICA

RETE REGIONALE DI Educazione Interculturale

Anno scolastico 2012/2013

PROGRAMMAZIONE

Obiettivo:

Revisione dell'insegnamento della matematica per la scuola del primo ciclo: numero e problema.

ARTICOLAZIONE TEMPORALE DEL CORSO E CALENDARIO DEGLI INCONTRI

DATA E SEDE	ORARIO	DISCIPLINA	RELATORI	ATTIVITA'
Mercoledì 16 gennaio 2013 - Ancona	16-19 3h	Matematica	Brunetto Piochi Maria Piccione	Seminario di formazione: " Il concetto di numero: strumento per quantificare la realtà" "Il problema: palestra di argomentazione"
Mercoledì 20 febbraio 2013 - Monte San Vito	16,30 18,30 2 h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Programmazione delle micro - unità di lavoro in aula e stato dell'arte della ricerca-azione
Venerdì 22 febbraio 2013 - Porto San Giorgio	15,30 18,30 3 h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Programmazione delle micro - unità di lavoro in aula e stato dell'arte della ricerca-azione
Giovedì 28 febbraio 2013 - Porto San Giorgio	16-19 3 h	Matematica	Maria Piccione	Seminario di formazione II parte: " Il concetto di numero: strumento per quantificare la realtà"
Lunedì 25 marzo 2013 - Monte San Vito	16,30- 19,30 3 h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Monitoraggio
Mercoledì 10 aprile 2013 - Ancona	16,15 18,15 2h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Programmazione del curriculum e stato dell'arte della ricerca-azione
Mercoledì 17 aprile 2013 - Cupra Marittima	17 - 19 h 2	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Monitoraggio
Lunedì 3 giugno 2013 Monte San Vito	16,30 18,30 2 h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Documentazione
Lunedì 19 giugno 2013 - Cupra Marittima	9, 30 11,30 2h	Matematica	Staff CVM Cipollari Berardi	Documentazione

FORMAZIONE

I INCONTRO

BRUNETTO PIOCHI

RELAZIONE

“Perché insegnare Matematica? Cosa insegnare? Come? Dalle Indicazioni Nazionali a un uso didatticamente efficace dei *problemi*”

Oggi affronteremo l'argomento "problemi". Perché questa scelta? Intanto i problemi sono uno degli enormi scogli nella matematica. I problemi devono essere un'attività interdisciplinare, altrimenti è meglio non farli. I problemi sono, e di questo non sempre le insegnanti sono consapevoli, un immenso strumento a favore di una educazione alla cittadinanza. Per questi motivi vale rifletterci. Io tenterò di fare un discorso seguendo questa traccia: inizio con le Indicazioni Nazionali che sono lo strumento normativo, riferendomi alle prime pagine, quelle che fanno un'analisi dei cambiamenti della società italiana e che sono rimaste quasi pari pari all'edizione precedente. Dopo di che tenterò di vedere come questo influenza l'insegnamento della matematica, in particolare per quello che riguarda i problemi e come terzo punto presento una serie di esperienze realizzate.

Perché si insegna matematica? Cosa si insegna? Comincio da questa riflessione: il cambiamento immenso che c'è stato nella società italiana in pochi decine di anni ha portato la società relativamente stabile a una società caratterizzata da molteplici cambiamenti e discontinuità. Questo nuovo scenario è ambivalente: per ogni persona, per ogni comunità, per ogni società si moltiplicano sia i rischi che le opportunità. Il fatto che oggi un ragazzino viva la scuola come una parte della sua formazione e non come la sua formazione è positivo, ma la scuola non può abdicare al compito di promuovere la capacità degli studenti, di dare senso alla varietà delle loro esperienze, al fine di ridurre la frammentazione e il carattere episodico che rischiano di caratterizzare la vita dei bambini e degli adolescenti. Comporta dei problemi perché l'orizzonte territoriale della scuola si allarga. Ogni specifico territorio possiede legami con le varie aree del mondo. Anche ogni singola persona, nella sua esperienza quotidiana, deve tener conto di informazioni sempre più numerose ed eterogenee e deve confrontarsi con la pluralità delle culture. Nel suo itinerario formativo ed esistenziale lo studente si trova a interagire con culture diverse, senza tuttavia avere gli strumenti adatti per comprenderle e metterle in relazione con la propria. Alla scuola spetta il compito di fornire supporti adeguati affinché ogni persona sviluppi un'identità consapevole e aperta. Il paesaggio educativo è diventato estremamente complesso, le funzioni educative sono meno definite di quando è sorta la scuola pubblica. In particolare vi è una attenuazione della capacità adulta di presidio delle regole e di senso del limite. Sono diventati più faticosi i processi di identificazione e differenziazione da parte di chi cresce e anche i compiti della scuola in quanto luogo dei diritti di ognuno e delle regole condivise. La scuola è investita da una domanda che comprende insieme l'apprendimento e il "saper stare al mondo" [il saper stare al mondo compete alla scuola perché la famiglia difficilmente si pone il problema di insegnare a saper stare al mondo; la scuola di calcio, insegna a giocare a calcio, la scuola di catechismo insegna la catechesi, la scuola di musica insegna a suonare uno strumento]. La scuola è da tempo chiamata a occuparsi anche di altre delicate dimensioni dell'educazione. Questa è una consapevolezza che viene chiesta e che i docenti devono non sottovalutare.

La diffusione delle tecnologie di informazione e di comunicazione è una grande opportunità. Si tratta di una rivoluzione epocale, non riconducibile a un semplice aumento dei mezzi implicati nell'apprendimento. La scuola non ha più il monopolio delle informazioni e dei modi di apprendere. Le discipline sono tutte accessibili ed esplorate in mille forme attraverso risorse in continua evoluzione. Sono chiamati in causa l'organizzazione della memoria, la presenza simultanea di molti e diversi codici, la compresenza di procedure logiche e analogiche, la relazione immediata tra progettazione, operatività, controllo, tra fruizione e produzione. Il fare scuola oggi significa mettere in relazione la complessità di modi radicalmente nuovi di

apprendimento. Al contempo significa curare e consolidare le competenze e i saperi di base, che sono irrinunciabili perché sono le fondamenta per l'uso consapevole del sapere diffuso e perché rendono precocemente effettiva ogni possibilità di apprendimento nel corso della vita. Anche le relazioni fra il sistema formativo e il mondo del lavoro stanno rapidamente cambiando. Ogni persona si trova nella ricorrente necessità di riorganizzare e reinventare i propri saperi, le proprie competenze e persino il proprio stesso lavoro (es. un meccanico non lavora più come 10 anni fa quando smontava il motore, oggi con il computer trova i difetti di quel motore, però il computer va capito). C'è una richiesta pesante di competenze, contemporaneamente le istruzioni nelle macchine non ci sono più perché le nuove generazioni imparano in altro modo e la scuola non è attrezzata. Le tecniche e le competenze diventano obsolete nel volgere di pochi anni.

Le trasmissioni standardizzate e normative delle conoscenze, che comunicano contenuti invariati pensati per individui medi, non sono più adeguate. Vi invito a leggere il libro di Baricco "I nuovi barbari". L'autore tenta di capire in che modo le nuove generazioni imparano e parte da un'osservazione curiosa: quando Beethoven cominciò a pubblicare la sua musica si diceva: ma che è questa musica? E' barbara? I barbari non sono portatori di novità. Il libro conclude citando un tentativo di costruire una muraglia a difesa di tutto l'esistente che salviamo e il resto lo lasciamo andare. Nel nostro caso vale la pena salvare una scuola che trasmetta delle competenze e l'obiettivo della scuola non può essere soprattutto quello di inseguire lo sviluppo di singole tecniche; piuttosto, è quello di formare saldamente ogni persona sul piano cognitivo e culturale, affinché possa affrontare positivamente l'incertezza e la mutevolezza degli scenari sociali e professionali, presenti e futuri. La scuola è chiamata a realizzare percorsi formativi sempre più rispondenti alle inclinazioni personali degli studenti, nella prospettiva di valorizzare gli aspetti peculiari della personalità di ognuno.

In tale scenario, alla scuola spettano alcune finalità specifiche:

- offrire agli studenti occasioni di apprendimento dei saperi e dei linguaggi culturali di base;
- far sì che gli studenti acquisiscano gli strumenti di pensiero necessari per apprendere e selezionare le informazioni;
- promuovere negli studenti la capacità di elaborare metodi e categorie che siano in grado di fare da bussola negli itinerari personali;
- favorire l'autonomia di pensiero degli studenti, orientando la propria didattica alla costruzione di saperi a partire da concreti bisogni formativi.

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare" e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani.

In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

(Indicazioni Nazionali)

C'è una differenza di fondo tra argomentare in matematica e argomentare in italiano. Qualsiasi politico argomenta bene in Italiano, di solito non argomenta bene in matematica. L'argomentare corretto in matematica ha premesse reali e deduce conseguenze reali, l'argomentazione in matematica ha a che fare con gli altri. Il matematico non è colui che sa fare bene i conti, il matematico non è colui che comunica e condivide, ma colui che usa strumenti che servono a modellizzare, interpretare, collegare, risolvere problemi.

Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni,...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.

(Indicazioni Nazionali)

L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria, ad esempio per verificare la correttezza di calcoli mentali e scritti e per esplorare il mondo dei numeri e delle forme.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

(Indicazioni Nazionali)

Quale Matematica ?

- un oggetto sociale, da "condividere" con altri al pari di ogni altro sapere,
- uno strumento che serva a collegare / modellizzare / interpretare / comunicare,
- un mezzo essenziale all'autonomia personale e all'esercizio della cittadinanza (organizzare uno stile di vita. Es. avvitarre una lampadina richiede la consapevolezza che ci sono due versi, è ovvio ma non è altrettanto ovvio per un bambino piccolo, ci sono certe competenze di base in matematica sulle quali non si può passare oltre.)

... dunque una matematica

- dove la sintassi è secondaria rispetto alla semantica, (questo non è vero che riguarda solo la scuola media perché la scelta dell'operazione è semantica, purtroppo nella scuola si giudica in base alla sintassi fin dalla scuola primaria)
- dove le formule sono mezzi e non fini,
- dove anche la mediazione narrativa è centrale per l'apprendimento
- non parcellizzata, dove i diversi registri comunicativi si illuminano e chiariscono a vicenda.

Ecco una dimostrazione. Perché questa prova Invalsi V elementare è andata male?

D16. Osserva i seguenti poligoni.

a. L'area di A misura cm².

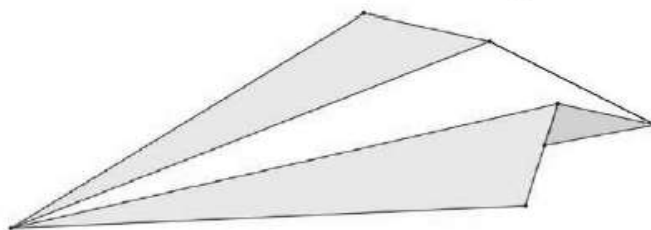
b. L'area di B misura cm².

Perché per calcolare l'area del triangolo di destra basta la formula base x altezza diviso 2 per calcolare l'area della figura A bisogna contare i quadretti con l'osservazione che il mezzo quadretto di sopra va calcolato insieme a quello di sotto. Il ragazzo pensa alla formula, non alla modalità di contare quadretti.

Ancora una prova: questa è sulla misura. Dietro questa prova cosa c'è? C'è il piegare la carta, c'è il fatto che piegare la carta mi permette di avere apprendimenti geometrici, in questo caso.

Questo è la prova che non si addestra a fare piegature, provare a sperimentare, creare dei collegamenti di gemellaggio. Se una classe manda a un'altra classe le istruzioni per i modellini di carta o per costruire una stella di Natale c'è un lavoro enorme di lettura di istruzioni, interpretazioni di istruzioni e realizzazione di istruzioni, è un lavoro anche geometrico ma molto verbale, di comunicazione e ogni volta che un ragazzino ha imparato a scrivere ad altri compagni come si fa a costruire un aereo, quando poi si trova di fronte questa prova, la svolge correttamente.

D20. Paolo ha costruito un modellino di carta come quello che vedi nella figura.



Lo ha poi aperto per far vedere ad un suo amico come lo aveva ricavato da un foglio di carta quadrato.

Quale tra le seguenti figure mostra il foglio usato da Paolo per costruire il suo modellino?

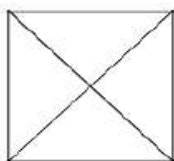


Figura 1

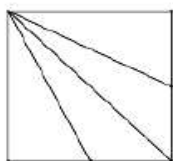


Figura 2

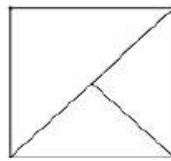


Figura 3

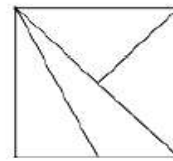


Figura 4

- A. Figura 1
- B. Figura 2
- C. Figura 3
- D. Figura 4

Per lavorare sulla matematica in questo modo richiede di spostare il FOCUS cioè l'attenzione nell'insegnamento da qualcosa a qualcos'altro.

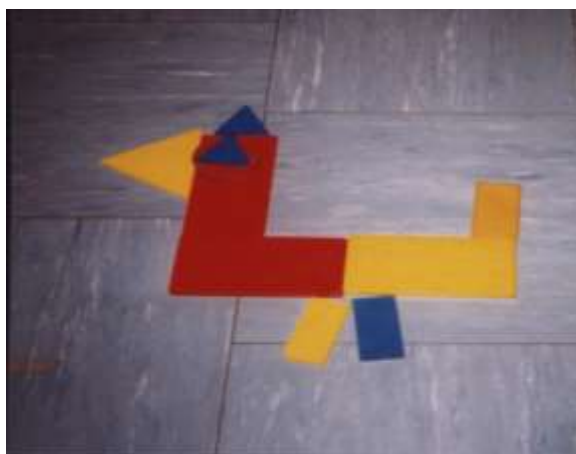
Da	A
Abilità di calcolo scritto	Calcolo orale Calcolo automatico
Studio di figure standard	Riconoscimento di figure dinamiche e non standard e studio delle loro proprietà
Studio di definizioni e formule	Appropriazione di un linguaggio Ragionamento
Memorizzazione e riproduzione di procedure standard	Meta cognizione Elaborazione di ipotesi e loro verifica Generalizzazione
"Problemi"	Modellizzazione Problem posing e Problem solving

Es. noi diamo tanto spazio al calcolo mentale e arriviamo persino a negare l'uso della calcolatrice ma la calcolatrice è in realtà un cavallo per il calcolo mentale e ci deve essere un insegnamento dell'uso della calcolatrice: significa insegnare il controllo, quindi significa insegnare a ragionare sull'ordine di grandezza, sul posto della virgola, sulla cifra finale,

La geometria spesso si riduce all'utilizzo di formule, ma la geometria è riconoscimento di figure, descrizione di figure. Spiegare a bambini di un'altra classe come si fa a costruire un oggetto è un'acquisizione di alta geometria. Dopo di che acquisisco competenze geometriche. Lavorare sul calcolo della superficie di un oggetto (es. luna, sole o un orsacchiotto disegnato sulla parete).

Es. un'esperienza di geometria che nasce quasi per caso in una seconda elementare, ma può essere effettuata in qualsiasi classe. Gli obiettivi sono prevalentemente geometrici.

Gli alunni avevano trovato in un magazzino una scatola piena di "blocchi logici" (alla scuola dell'infanzia si torturano i bambini: dammi quello non giallo, piccolo, non rettangolo,...) Che cosa possiamo farci? si chiese la maestra. Un gioco libero a gruppi: realizzare "sculture" con le forme. Poi racconto dell'attività e "dettatura" delle sculture ai compagni nascosti dietro un telo.. Il tutto finisce nel caos e non poteva non essere così: era impossibile ricostruire la figura senza osservarla, dettandola ma senza nominare le forme geometriche in modo corretto. Allora scatta la condivisione di elaborare "regole di dettatura".



ESEMPIO: L'anatra (Regole di dettatura)

disegnate un triangolo, giallo, grosso, diritto

disegnate un rettangolo rosso, grande sotto al triangolo

disegnate un triangolo piccolo, blu, sopra il rettangolo

disegnate sopra il rettangolo un cerchio rosso

disegnate sopra il cerchio un triangolo piccolo blu

disegnate un rettangolo rosso grande sotto l'altro rettangolo rosso messo per largo, attaccato

disegnate accanto al rettangolo rosso un rettangolo grande giallo a destra

disegnate un rettangolo piccolo giallo sopra l'altro rettangolo giallo

disegnate un rettangolo piccolo giallo sotto al rettangolo rosso attaccato

disegnate un altro rettangolo piccolo blu sotto al rettangolo giallo grande.

(Richieste dei compagni: - Lungo? Obliquo? A dx o a sx? Attaccato? Sopra o sotto?).

Stesura di un testo collettivo dell'esperienza. ES. Quando abbiamo fatto "Il gioco delle forme" ed ogni gruppo ha costruito il proprio capolavoro ed ha poi cercato di farlo disegnare ai compagni esattamente come era stato ricostruito sul banco, abbiamo incontrato tante difficoltà: c'era chi non sapeva dare indicazioni giuste, chi non capiva le informazioni date, chi usava termini non esatti e comprensibili a tutti, chi non sapeva rispettare le dimensioni.

Abbiamo pensato allora di semplificare il gioco, utilizzando solo 5 forme (solo grandi e piccole) per costruire una figura e di darsi delle regole valide per tutti.

Abbiamo discusso a lungo per decidere quali fossero le soluzioni migliori e siamo arrivati a stabilire queste regole:

Iniziare sempre dal basso, dal fondo della pagina a dare le indicazioni;

Per i quadrati e per i rettangoli provare a contare i quadretti per disegnare i lati, ognuno quanti quadretti vuole purché i lati del quadrato siano tutti uguali e quelli lunghi del rettangolo siano lo stesso numero e quelli corti siano lo stesso numero.

Disegnare la posizione delle forme, rispettando queste indicazioni:

- ▶ rettangolo: per lungo, in verticale;
per largo, in orizzontale;
- ▶ triangolo: ha tre punte e tre lati; la punta può essere rivolta in alto oppure in basso.

Per ciò che concerne i problemi nella ricerca matematica c'è una vecchia diatriba: problema in situazione o problema di parole? Questa diatriba ha bloccato la ricerca sui problemi perché i ricercatori universitari volevano lavorare esclusivamente sui problemi in situazione. Nella scuola si deve lavorare anche sulla quotidianità (leggere istruzioni, comprenderle).

La proposta che vi faccio è leggermente diversa. Lavoriamo sul quotidiano in maniera da trasformarlo in situazioni problematiche. Parto da un problema che va visto non come lo vedono i ragazzi: una specie di macchina infernale, ma come una storia che ci dà delle informazioni e che da queste informazioni ci chiede di ricavarne altre. Questo è prassi quotidiana. Ognuno di voi ha nella vita delle informazioni e da queste ne trovate altre. Quindi lavorare sui problemi in questo modo è un addestramento alla vita, estremamente utile. Lavorare sul *problema racconto* esce quella matematica che corrisponde alle esigenze attuali, organica per le operazioni di oggi che aiuta la vita. In questa direzione vi faccio vedere alcune esperienze.

1) PROBLEMI NUDI E VESTITI OVVERO IL GIOCO DEL SE' (IV primaria)

Manipolazione del testo problema; partendo dall'utilizzazione di informazioni matematiche formalizzate in più modi (schema, diagramma a blocchi, fumetto) mettere il "vestito" al problema (costruzione del testo) e successivamente cambiare il "vestito".

Se da un testo problema vengono presi solo i dati numerici, spogliati del contenuto, questi possono essere rappresentati come un "omino nudo" al quale è possibile far indossare il vestito che si vuole.

Sono state utilizzate come corpi nudi informazioni matematiche formalizzate in più modi (tabella, diagramma a blocchi, fumetto) ed intorno ad esse è stato costruito il testo di un problema, il "vestito". Successivamente ogni alunno ha cambiato "vestito" al problema nel modo che riteneva opportuno, liberando così la propria fantasia e creando testi particolarmente originali.

Un "omino nudo"



Il vestito è dato da Informazioni matematiche formalizzate in tabella (*dati della mensa*).

Martedì	Mercoledì	Giovedì
14 bottiglie da 1,5 litri ciascuna	19 bottiglie da 1,5 litri ciascuna	Come il mercoledì

Altro esempio: Un vestito da vacanza.

Nel mese di luglio in un Hotel all'isola d'Elba arrivano molti turisti.

Durante la settimana ci sono dei giorni in cui preparano anche del pesce buonissimo e quindi ci vanno tante persone ad assaggiarlo; i giorni sono il martedì, il mercoledì e il giovedì.

Ai tavoli servono anche delle bottiglie d'acqua da 1,5 litri ciascuna.

Il martedì vengono consumate 14 bottiglie d'acqua e il mercoledì ed il giovedì 19 bottiglie d'acqua al giorno.

(?) Quanti litri di acqua vengono consumati durante i tre giorni in cui preparano pesce?



3* esempio: Un vestito da guerra

Il Re Guerrino insieme ai suoi cavalieri compie tre piccolissime battaglie ogni settimana: il martedì, il mercoledì, il giovedì.

Il martedì il re Guerrino e i suoi pochissimi cavalieri per levarsi il sangue di dosso, per abbeverarsi e per lavare le spade consumano 14 bottiglie di acqua da 1,5 litri d'acqua ciascuna, il mercoledì 19 bottiglie da 1,5 litri ciascuna e il giovedì come il mercoledì.

(?) Quanti litri di acqua consumano nei tre giorni?



Inventare problemi da un fumetto. Osservate questa tabella:

Quanto costa! Ci fermeremo solo una settimana

Hotel Astrid	
Adulti	€ 76
Ragazzi	€ 50
Animali	€ 4

Es. un alunno ha formulato questo problema:

Una vacanza extraterrestre.

Un giorno, su un pianeta di nome Mostrosis, una famiglia di alieni decide di andare all'Hotel Astrid.

La famiglia composta da 4 persone decide di restare una settimana, la mamma e babbo pagano € 76 ciascuno al giorno, e i due ragazzi € 50 a testa al giorno.

*Quanto pagano i due adulti per tutta la settimana?
Quanto pagano i due ragazzi per tutta la settimana?
Quanto paga in tutto la famiglia?*



Un altro lavoro interessante è l'attività **dell'ingrassare e dimagrire**. A un gruppo viene dato il testo di un problema con il comando di farlo diventare un testo di almeno 10 righe. Dopo i problemi ingrassati vengono dati agli altri gruppi con il comando di farli dimagrire. Devono ricostruire il problema iniziale. Questo lavoro fa capire il testo perché gli alunni devono capire che cosa buttar via e che cosa far restare. La difficoltà di questo modo di lavorare è che la competenza si acquista quando questo diventa il modo quotidiano di lavorare. L'ingrassare problemi e il dimagrire problemi può diventare un'attività di italiano, di artistica, di storia,... es. inventare problemi partendo da ambientazioni storiche: la capanna del contadino, il castello del signorotto,... Noi se siamo convinti che il problema va affrontato in questo modo nell'inventar problemi e nel riscrivere problemi per riflettere sui problemi, allora questo si può collegare con tante altre discipline e raggiungere le competenze di argomentazione, discussione, conversazione, scrittura e calcolo che difficilmente troveremmo tutte insieme.

Vi propongo una esperienza della scuola media, classe prima un quiz Invalsi del 2011. E' un quiz che richiede di capire che cosa significano le parole.

Una strada è lunga 600 m, e vi sono due bar. Un bar dista 450 m da un capo della strada e l'altro dista 380 m dall'altro capo. Quanto distano tra loro i due bar?

Proviamo a rispondere alle seguenti domande:

*** Posso togliere qualche dato? (ovvero Ci sono dati superflui?)** imparo a fare le domande. **posso togliere qualcosa a parità di un'altra?**

La risposta ovviamente sottintende una condizione, che di solito i ragazzi intuiscono ma non esplicitano: Posso togliere qualche dato se voglio rispondere alla stessa domanda ?

Qui non si può togliere nessun dato, tenendo ferma la domanda. Tuttavia potrei togliere l'informazione **"e l'altro dista 380 m dall'altro capo"**; in questo caso resta ancora almeno una domanda "sensata: "quanto dista lo stesso bar dall'altro capo?" ma ci sarebbe un ulteriore dato superfluo: a che serve infatti sapere che vi sono due bar?

Posso sempre chiedere:

Aggiungiamo un dato "Il primo bar fa ottimi caffè e ne vende ogni giorno almeno 150". Si possono introdurre nuove domande?

La risposta è NO, si tratta infatti del tipico dato superfluo...

Quali dati si dovrebbero introdurre per poter aggiungere nuove domande ?

Ovviamente qui la risposta non è univoca. A partire dal numero di caffè venduti in ciascuno dei due bar o su eventuali differenze di prezzi... oppure si potrebbe indagare sul tempo impiegato per passare da un bar all'altro

Nelle classi finali della scuola elementare e nella prima media è stato proposto un approccio diverso al problema "stereotipo", privilegiando l'interazione con il testo piuttosto che la risoluzione. Abbiamo utilizzato un problema tra quelli presenti nel libro di testo, abbiamo eliminato la domanda e abbiamo chiesto ai ragazzi di formulare tutte le domande che venivano

loro in mente. Abbiamo notato che molti si fermano al dettaglio non sono ancora capaci. Come si fa a farli crescere? Una domanda è inutile quando non aggiunge nuove conoscenze o non possiamo avere la risposta. Le domande valide sono quelle che possono aggiungere nuove conoscenze. A poco a poco si impara come si risolve un problema. Gli insegnanti sono molto bravi a dire non sa risolvere il problema, gli manca la logica, il problema è: Quanto mai noi insegniamo a risolvere problemi? Noi facciamo risolvere problemi ma non abbiamo un metodo per insegnare a risolvere problemi. Il nodo per risolvere problemi è duplice: intanto capire che è una storia, capire che l'operazione è qualcosa che corrisponde a una azione e qui il lavoro chiave è nella scuola dell'infanzia poi ci sarà dalla terza in poi da scegliere le operazioni. Associare azione a operazione come lo si costruisce? Facendoli giocare con tutte e quattro le operazioni da sempre perché i bambini hanno esperienze extrascolastiche. Le tecniche di calcolo possono arrivare dopo, ma il contenuto, il capire che la operazione corrisponde a quella azione. Se io ho 12 caramelle da mettere in sacchetti da 3 è un problema che sanno risolvere bambini di 4 anni. Dopo occorre trasportare queste esperienze nella classe prima mediante drammatizzazione, narrazione, disegno, manipolazione e dalla prima si costruisce questa potenzialità forte poi cominciano ad apparire le operazioni legate alla domanda. IL testo non è più un tabù se è manipolato. Pensate alla parola guadagno ha un atteggiamento semantico (quanto guadagni vuol dire qual è il suo ricavo mensile) gli alunni devono fare delle esperienze che dimostrano che c'è qualcosa che io scarto e qualcosa che mi entra. ES.costruire e vendere oggetti per poi mandare il guadagno a una parrocchia. Lo stesso vale per peso netto, tara, peso lordo. Raccogliere prodotti e fare esperienze concrete. Prima occorre capire il testo poi iniziamo a farci le domande (attese, inattese). Con i bambini di cinque anni si può seguire il filone dell'arte: da Van Gogh "I mangiatori di patate",



Osservazione del quadro: che cosa rappresenta?

Cosa fa l'uomo più anziano? (dà una patata alla moglie)

Quante persone ci sono?

Inventare una storia, rappresentarla, raccontarla tenendo presente gli oggetti.

Inventare problemi: la mamma ha cotto 4 patate, siamo in tre, quante ne tocca a ciascuno?

Qualcuno risponde che una resta alla mamma, ma uno dice di dividerla.

MARIA PICCIONE

RELAZIONE

Il concetto di numero: strumento per quantificare la realtà

Ho introdotto l'*affect* nella didattica della Matematica, perché l'*affect* mi corrisponde personalmente.

Negli incontri precedenti (San Giorgio, Fermo, Petritoli) mi sono presentata, ho vissuto come *geometra*: la didattica della Geometria è l'anima e il corpo anche del mio lavoro, ma in un secondo momento mi sono occupata di *affect* per non dire di *disaffect* cioè disaffezione nei confronti della Matematica.

Il disagio nei confronti della Matematica è un problema assai grave. Direte: "Perché parte da così lontano per parlare del concetto di numero?"

Ho trattato questo problema con un gruppo di insegnanti senesi e fiorentini. Sono giunta al numero affrontando il problema del recupero cognitivo e affettivo. Questo è il messaggio principale che troverete più nascosto nelle diapositive.

Il recupero cognitivo ma anche affettivo: senza *disponibilità personale individuale* a penetrare i segreti e anche la bellezza di questa disciplina, il recupero cognitivo non avviene. Si apprende solo ciò che l'allievo, *liberamente*, decide di apprendere; questa disponibilità è il "passo zero" di un percorso, anche del percorso didattico ma in particolare di un percorso di ricostruzione, di recupero cognitivo.

Mi sono dedicata a questo problema con grande passione, la stessa che mi anima anche quando penso allo spazio e quindi alla Geometria. Ho anche scritto una canzone che riguarda la mia relazione con lo spazio!

In ogni percorso di recupero che abbiamo -mi riferisco al gruppo senese e in particolare alla collaborazione con Manuela Moscucci- in ogni percorso di ricostruzione abbiamo visto che dovevamo *tornare indietro, indietro, indietro, al numero naturale*, ma in vero non così indietro come a studiare dal punto di vista dello sviluppo cognitivo il processo che soggiace al conteggio (intendo al lavoro delle docenti della Scuola dell'infanzia), ma sempre siamo partiti dal *ricostruire consapevolezza*, ovvero *ricostruire il significato del processo del contare*.

Cosa vuol dire contare? Questa domanda è molto importante: lo si può chiedere al primo anno di Matematica a un universitario ed è interessante porla, sempre, in un percorso di recupero.

Potete dire: "Siete dovuti tornare così indietro fino al numero?" Necessariamente e affrontando problemi in Algebra o sulla concettualizzazione del concetto di limite o anche a livelli avanzati (immaginando un allievo liceale di terza, che abbia superato il biennio), se ci sono difficoltà in Algebra, nella comprensione Matematica, queste difficoltà, che corrispondono a una evoluzione non corretta del pensiero matematico, queste difficoltà vanno scandagliate e occorre *fermarsi*. E' problema serio e ci pone di fronte a una scelta difficile. Nella secondaria di primo e secondo grado esiste la possibilità di ore di recupero istituzionalizzate? E se sì in queste ore cosa si fa? Vengono dedicate di solito - senza voler superficialmente generalizzare- a una ripetizione di quello che è stato fatto.

Il tempo da dedicare a un recupero è un tempo che richiede un utilizzo completamente diverso: fare questo *scandaglio: parlare con molta pazienza e molta lentezza coi ragazzi e cercare cosa, l'anello mancante in quella catena di concetti sequenziali che è il sapere matematico*. La sequenzialità del sapere matematico è la vera difficoltà; se manca un anello, se è mal costruito o peggio mancante la catena non; nel ripercorrere all'indietro, nel cercare l'anello mancante in una grande quantità di casi si scende al concetto di numero e di operazione.

Non avere mai fretta.

Il concetto di numero: si è uno strumento per quantificare realtà. Col numero-i bambini spesso lo dicono- si misura, e poi problemi di calcolo, di conteggio, di uso: numeri di telefono, numeri dei km di strada, di tempo, di tempo che si impiega. La presenza dei numeri è capillare. E quasi impensabile una vita senza numeri.

La natura, l'essenza matematica nelle sue evoluzioni successive, ma anche a livello iniziale, presenta molte difficoltà, ma anche molte lacune. Problema molto serio e delicato.

La Matematica nella educazione scolastica non è un fine: chiunque può vivere bene senza i logaritmi, anche senza integrali. Perché al Liceo sono imposti questi concetti?

Una docente, presente fra gli ascoltatori, interviene osservando che nella Scuola primaria, fondamentalmente, il concetto matematico corrisponde a quello della realtà. L'uso della Matematica è riferito alla quotidianità.

La relatrice, ringraziandola per l'osservazione, riprende il discorso precisando che la Matematica, l'oggetto matematico *può essere anche un fine ma solo* per una piccola parte, che riguarda la vita quotidiana (Matematica elementare alla Scuola primaria), ma intende riferirsi a funzioni più evolute (concetto di limite, logaritmi etc.).

Gli oggetti dell'apprendimento matematico non sono tanto un fine per se stessi, salvo che per quella piccola parte, minima rispetto alle Indicazioni ministeriali, quella parte che serve per la vita quotidiana. Questa è la Matematica elementare, questa serve, ma si arriva al concetto di proporzione. Quando noi conoscessimo i numeri razionali, le frazioni, ce la potremmo tranquillamente cavare. Perché devo saper estrarre la $\sqrt{15}$? (l'algoritmo non si fa più infatti alla Scuola media). Oppure anche i numeri reali potrebbero essere superflui per vivere perché

anche per la misura, dal punto di vista operativo, sono sufficienti i numeri razionali, ovvero decimali.

Invece la Matematica si evolve tanto anche per quanto riguarda la *previsione*.

La Matematica è un mezzo -interiorizzate questa fondamentale realtà educativa!- per la promozione, lo sviluppo delle facoltà intellettive, per quelle intelligenze che Gardner chiama *logico-matematica* e *visuo-spaziale*.

E' il *soggetto* che ci interessa, è tanto importante. Se si sposta l'attenzione dalla disciplina al soggetto, cambia tanto dal punto di vista delle scelte metodologiche.

Questa avrebbe voluto essere solo una *premessa*, ma importante: come mai io ho parlato solo di me, come mai io mi sono occupata di numeri e operazioni e di questo delicatissimo passaggio da un insieme numerico a un insieme numerico immediatamente più grande, cioè ai successivi ampliamenti numerici? Perché è proprio sul *numero* che i ragazzi si *distaccano*, si *allontanano* dalla Matematica, proprio quando si arriva alla *simbolizzazione*, all'uso dei segni.

Voglio leggersi qualcosa perché è più significativo; si tratta di un Corso di didattica della Matematica, a Firenze, dell'anno scorso; si tratta di osservazioni contenute in una relazione di uno studente impegnato in un tirocinio, relativa a una attività algebrica svolta in una classe:

"Azzurra, Martina e Irene mi colpiscono molto perché non hanno la più pallida idea di cosa stiano facendo. Sicuramente è colpa dell'insegnamento che non ha coinvolto la loro capacità di pensiero. Per Nicola e Alessandro il problema sicuramente sta nella mancanza di conoscenza, ma ne sono consapevoli. Tuttavia, nel loro caso, la mancanza più importante è il coinvolgimento: non sono per nulla attratti dalla materia, ma ciò che imparano di fatto lo sanno fare. Nel caso di Alice è curioso che non riesca a distinguere due termini. Il 'non mi riesce' di Alessandro è ciò che è più riscontrato. Molti si arrendono prima di conoscere il nemico".

La parola "nemico" è assai ricorrente se fate interviste ai ragazzi; occorre approfondirlo. Perché nemico? Che cosa è nemico?

La Matematica diviene nemico, in particolare dalle frazioni in avanti, in particolare alla Scuola media quando si opera algebricamente, si fanno i calcoli; diventa un nemico a causa del linguaggio simbolico.

Gli aspetti -anche Brunetto Piochi accennava all'argomento- di tipo sintattico sono quelli che creano l'inimicizia. Allora? Allora dobbiamo tenere conto di una quantità di difficoltà che la comunicazione, l'educazione matematica pone e conoscerle.

Ora so che quanto dico preoccupa perché questa conoscenza è capillare; i nodi concettuali laddove si annidano principalmente le difficoltà non sono però tanti, soprattutto in quella parte del sapere matematico che riguarda proprio il tratto della scolarità che vi corrisponde, cioè Scuola dell'infanzia e Scuola primaria e secondaria di primo grado.

Ma ci sono dei momenti in cui davvero occorre camminare in punta dei piedi perché il pavimento su cui si va è fragilissimo, e facilmente si incrina. Poi le operazioni di recupero sono molto lente soprattutto quando è stato costruito un atteggiamento di rifiuto nei confronti della Matematica.

Molti si arrendono prima di conoscere il nemico; l'atteggiamento è di chiusura perché la Matematica diventa il campo dove il soggetto deve riconoscere la sua incapacità e questo d'istinto si evita.

Altre osservazioni raccolte dallo studente laureando:

"Non mi piace", "non ci capisco niente", "tutti quei numeri", "è una materia morta, noiosa", "non mi entra in testa", "mi hanno spiegato diecimila volte i problemi con le frazioni", "bisogna abituarsi all'insufficienza", "è necessario essere ordinati", "non mi è mai piaciuta", "senza calcolatrice non so ragionare", "ha cominciato a non piacermi da quando si fanno cose troppo complicate", "prima la maestra ci faceva divertire", "anche se ci penso che cambia?", "preferisco le cose meccaniche, non mi piace ragionare".

Nostro compito è invece educare al pensiero consapevole, all'autonomia e la Matematica è un mezzo.

Ognuna di queste espressioni meriterebbe un approfondimento.

Occuparsi del numero e dell'Aritmetica, anzi **occuparsi dell'Aritmetica significa fondare il pensiero matematico dei vostri allievi perché l'Algebra sarà un albero senza radici se non ha l'Aritmetica.**

Il pensiero algebrico non è separato da quello aritmetico, è solo una evoluzione di quello aritmetico.

Quindi c'è un compito delicatissimo nelle vostre mani.

La Geometria lascia una grande impronta nella mente del ragazzo perché in particolare costruisce anche un supporto per le idee aritmetiche, ma l'Aritmetica è davvero il luogo dove si forma la mente matematica -se si forma- di un allievo o dove la si preclude -non dico per sempre- ma se ne ostacola la ricostruzione.

Ho detto una cosa 'pesante', ma solo per esortare all'attenzione personale nel chiedersi, tutte le volte che fate un passaggio, se questo passaggio è *innanzitutto chiaro dentro di voi*: è molto importante.

Ci sono passaggi assai delicati sui quali si va con una certa disinvoltura.

La ricerca nella didattica della Matematica si è occupata nell'ultimo ventennio -anche trentennio perché è iniziata in Francia e in America- della disaffezione e dalla disaffezione si è iniziato a occuparsi di difficoltà di apprendimento. Risultato abbastanza recente è l'individuazione di **nuclei fondanti e nodi concettuali del pensiero matematico**, i quali stanno diventando, ma devono diventare, un riferimento consolidato per l'impostazione della didattica.

Slide n. 1

Nuclei fondanti come essenza del pensiero matematico

Una parte consistente dell'attività della ricerca nel settore della didattica della Matematica nell'ultimo ventennio in Italia e all'estero ha avuto come oggetto l'analisi della *disaffezione* nei confronti di questa disciplina e della *difficoltà di apprendimento matematico*.

Universalmente si è giunti alla individuazione di nuclei fondanti e nodi concettuali della Matematica che rappresentano un riferimento consolidato per l'impostazione della didattica.

Ho usato la parola "essenza"; penso di aver già detto, proprio a Porto San Giorgio, le parole "**Poco è che valga**", riprendendo la frase pronunciata da un mio amico matematico, un logico anche di una certa levatura.

Sono stati individuati questi nuclei fondanti del pensiero e certi nodi concettuali, che sono grossi ostacoli e sono ostacoli nell'acquisizione del ragazzo, che corrispondono a ostacoli dello sviluppo del pensiero matematico nel senso della storia del pensiero matematico.

Perché non vi è forse danno più grave, aprendo un libro di Matematica, che vedere la sequenza così composta così ordinata e così rigida del sapere! Diceva un grande matematico: "La Matematica andrebbe insegnata non rifinita"; proprio perché questo essere così composta perfettamente, non risponde alla sua realtà. I matematici hanno faticato secoli per sviluppare i concetti!

Il concetto di numero reale, che comparve come una bomba, che era scoppiata all'interno della Scuola pitagorica, è stato sistemato alla fine del 1800!

Il pensiero matematico raggiunge quella pulizia, quella coerenza che caratterizzano i libri di testo, *faticosamente*. Ci sono le difficoltà e noi insegnanti dobbiamo tenerne conto; ci sono questi nodi concettuali.

"Poco è che valga": perché? Perché per quanto riguarda in particolare la scuola dell'obbligo *non sono molti*.

Allora si può dire: ce la posso fare! Ci sono difficoltà, nodi seri che possono inficiare il pensiero matematico degli allievi, ma sono pochi e dunque allora "Poco è che valga" nel lavoro didattico, ma quel poco deve essere; è *come se l'apprendimento debba scendere in profondità, non è possibile insegnare la Matematica orizzontalmente, bisogna penetrare i concetti*.

E' poco laddove però si deve lavorare con molta attenzione e con molta lentezza.

Ripeto una frase di Emma Castelnuovo che è un gioiello: "Lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo: non è tempo perso è tempo dedicato alla costruzione".

Slide n. 2

Cosa sono i nuclei fondanti?

I nuclei fondanti sono concetto o metodi che

- Caratterizzano epistemologicamente le discipline (campo)
- delincono la struttura portante della disciplina da un punto di vista cognitivo
- hanno valore generativo di conoscenza

I nodi concettuali sono

- concetti centrati in un dato ambito cognitivo

- ostacoli epistemologici
- difficoltà cognitive

Il Programma Matematica 2001 ne indica sette; tutto il pensiero matematico è una evoluzione di questi **sette nuclei fondanti (quattro tematici: numero e operazioni, spazio e figure, dati e previsioni relazioni; tre di processo, procedurali: misura, argomentare, risolvere problemi).**

Questa sera si sono toccati due dei nuclei fondanti del pensiero matematico. Il problema è che i nodi concettuali sono un pochino di più, ma non tanti per il primo ciclo, vanno solo conosciuti. Sono concetti da una parte centrali, quindi irrinunciabili, intorno ai quali però si collocano difficoltà cognitive di apprendimento, che hanno costituito anche ostacoli epistemologici.

Quindi non dobbiamo stupirci se un allievo trova difficoltà laddove la comunità dei matematici ha trovato difficoltà, che magari si sono risolte nel corso di centinaia o migliaia di anni.

Il concetto di "limite" è un concetto così intuitivo! Cauchy, ne ha dato la definizione! Da Zenone a Cauchy sono passati decine di secoli.

Slide n. 3

L'educazione matematica è un compito delicato richiede agli insegnanti

grande *consapevolezza* e attenzione alle difficoltà intrinseche della disciplina in relazione a ciascun nucleo di conoscenza e nodo concettuale.

Il disagio e le difficoltà disciplinari degli studenti sono in generale un riflesso di una sottovalutazione di queste difficoltà da parte degli insegnanti (oltre che di scelte metodologiche).

La consapevolezza!

Sono una persona che ama far star bene gli altri!

Non lo dico per lasciarvi un senso di pesantezza nel cuore. Questa consapevolezza della difficoltà dobbiamo svilupparla personalmente noi educatori perché, solo così, potremo comprendere anche la difficoltà dello sviluppo del pensiero matematico dei nostri allievi.

Veniamo al **concetto di numero**, finalmente. Il concetto di numero è primo nucleo fondante della Matematica. Si potrebbe dire che **dal numero parte tutto**: tutta la costruzione del pensiero matematico, parte dal numero; è quasi uno *slogan*, ma una frase utile.

Anche la Scuola dell'infanzia quando comincia a lavorarci sa che è cammino prezioso per il soggetto. Ogni scelta dell'insegnante determina l'evoluzione di quella mente.

Gardner direbbe: ogni individuo nasce dotato di ciascuna intelligenza

1. logico-matematica
2. musicale
3. linguistica
4. cinestetica
5. visuo-spaziale
6. intrapersonale
7. interpersonale

Si tratta di una teoria e come tale in evoluzione. Queste intelligenze alla nascita sono possedute da tutti, ma tutti hanno alla nascita predisposizioni di sviluppo diverse da individuo a individuo. Gardner ha dimostrato che non c'è alcun concetto matematico che non possa essere compreso da un essere che non abbia problemi fisiologici.

Se il 60% degli studenti delle Scuole superiori ha problemi con la Matematica qualcosa non ha funzionato!

Un concetto non è difficile da apprendere se si percorre un cammino adeguato per concettualizzazione.

Parte tutto dal numero perché se da un lato è il primo asse (o nucleo o calamita, che attira una grande quantità di concetti) della conoscenza matematica è anche il primo **mezzo** di sviluppo dell'intelligenza individuale e un **mezzo** per lo sviluppo dell'intelligenza logico-matematica.

Slide n. 4

Primo nucleo fondante della Matematica
Il concetto di numero

Si può dire che

"dal numero nasce tutto"

- primo asse della conoscenza matematica-
- mezzo per lo sviluppo dell'intelligenza logico-matematica

Secondo Gardner le strategie attuali di sviluppo di tale intelligenza corrispondono alle operazioni di:

- confronto fra oggetti
- ordinamento riordinamento
- classificazione
- stima della grandezza

Ciascuna di queste strategie interviene nella costruzione del concetto di numero naturale. Quindi costruire il concetto di numero naturale è da un lato un risultato in un cammino di costruzione di sapere anche finalizzato alla vita della mente, dall'altro un passo rilevante nella costruzione dell'intelligenza logico-matematica.

E' un grande regalo che si fa ai nostri bambini lavorare bene nella costruzione del concetto di numero naturale!

Esplicitiamo come intervengono le operazioni citate poco fa nella costruzione del numero naturale.

Questa è una prova interessante che facciamo insieme; questa prova porterà a una riflessione sul numero, caratterizzante l'edificio matematico.

La prof.ssa Piccione distribuisce dei foglietti ai presenti invitandoli a rispondere con immediatezza alla domanda: "Cosa pensate?" e a riconsegnare i foglietti. 5: Cosa pensate? 3+5: Cosa pensate?

Cosa pensate?
5
3+5

Commenta poi con risposte raccolte altrove.

5: un numero, una quantità, pochi un simbolo

3+5: una operazione, pochi un numero e ancora meno una scrittura simbolica

Il problema è quello del **linguaggio simbolico**, la differenza fra segno e simbolo.

Il **segno** può non richiamare un oggetto magari a un altro livello di astrazione mentre un **simbolo** richiama un oggetto che può anche essere un concetto.

Il linguaggio simbolico è nodo concettuale: dobbiamo prenderne atto e renderne consapevoli i ragazzi e strutturare una didattica che chiarisca e li renda consapevoli che stanno usando simboli!

Si tende ad anticipare i segni rispetto alla costruzione concettuale.

La costruzione del concetto del numero naturale è un momento cruciale della didattica della Matematica, non solo perché si affronta il primo dei nuclei fondanti, non solo perché attraverso quello si svilupperà, sarà un mezzo, questo concetto, per sviluppare intelligenza dell'individuo, ma anche perché rappresenta il primo incontro coi simboli, col linguaggio simbolico.

Il linguaggio simbolico, altamente formalizzato e anche fortemente calcolativo della Matematica, è la difficoltà più grande che questa disciplina pone ai nostri allievi.

Molta attenzione va prestata nel rispettare i passaggi del processo di costruzione

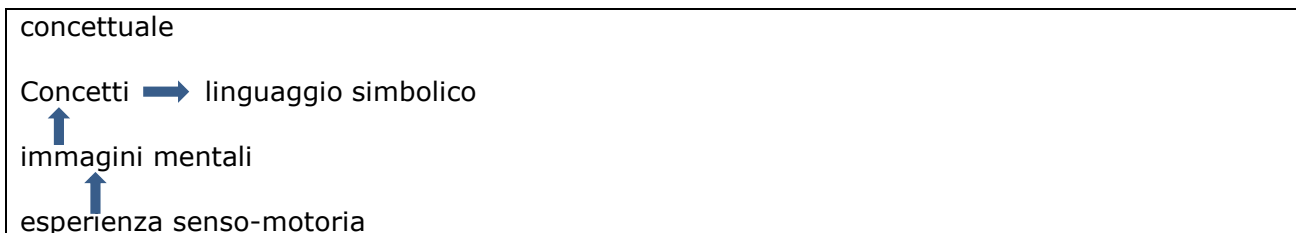
Slide n. 5 Molto importante!

Il linguaggio simbolico

Costruzione del concetto di numero naturale porta con sé l'incontro con i simboli del linguaggio matematico.

Uno dei problemi spinosi della didattica della Matematica è quello della anticipazione dei segni

Molta attenzione va prestata nel rispettare i passaggi essenziali del processo di costruzione



-Esperienza senso motoria alla Scuola dell'infanzia: è importante sapere le tappe specifiche attraverso le quali si deve passare

-Passaggio alle immagini mentali: non sempre si considerano e non sempre si controllano; si tende a fare le operazioni, *ma non si controlla* attraverso un procedimento organizzato che immagine mentale ha un bambino di prima o di seconda elementare a proposito di una cosa semplice, come ad es. una addizione!

Al concetto non si può arrivare saltando la realtà e l'esperienza della realtà. Il linguaggio simbolico viene dopo.

Sviluppare il senso del simbolo (se dico albero fate un disegno, più difficile se dico allegria, amore).

Esistono i simboli si usano in tanti contesti: è importante divenirne consapevoli.

Il problema didattico riguardo al numero naturale è il rapporto col simbolo: è il rapporto col simbolo che disturba il ragazzo. Non è la difficoltà dell'acquisizione del concetto, è il rapporto col simbolo che disturba il ragazzo.

Slide n. 6

Precisazione del problema didattico

Se le scritte simboliche precedono la costruzione concettuale si genera una seria conseguenza:

le scritte sono oggetti astratti che vengono trattati come concreti, o sinteticamente il simbolo diventa oggetto

con l'implicazione ulteriore che nel tempo la Matematica diventa manipolazione di simboli. E' necessario considerare la

Simbolizzazione come nodo concettuale e oggetto di apprendimento preliminare

Ogni nucleo fondante ha associati nodi concettuali, di cui dobbiamo essere consapevoli:es. il numero naturale ha associato il problema della simbolizzazione, che non è da poco!

Torniamo alla costruzione: nello sviluppo della conoscenza numerica la Scuola dell'infanzia offre un supporto fondamentale perché le esperienze senso-motorie strutturate attivano funzioni mentali nei confronti dell'azione di classificazione, che presiedono alla formazione delle strutture spazio-temporali del bambino.

L'ambito familiare anticipa alcune di queste tappe: il bambino, anche involontariamente, sente parlare di numero. Il bambino ha una immediata stima della grandezza.

Il processo di numero naturale ha molto a che fare col processo della conta, il contare.

E' importante riflettere su *cosa vuol dire contare*. Si potrebbe dire che il concetto di numero naturale è il risultato di un *intreccio* a livello percettivo, della percezione degli oggetti e a livello cognitivo della capacità del contare. Viene fuori il concetto di numero naturale. C'è una competenza numerica non verbale: un bambino non sa ancora parlare ma ha coscienza delle piccole quantità.

Slide n. 7

Sviluppo delle capacità di contare

- la competenza numerica non verbale, l'imitazione e l'esercizio stanno a supporto della competenza verbale nella codifica di quantità attraverso parole-numero
- l'interazione con l'ambiente influenza i significati e l'uso dei numeri da parte dei bambini (valore lessicale, funzionale..)

I principi sono essenzialmente tre; nel procedere cognitivo e dell'attività didattica vanno controllati

Slide n. 8

Principi dello sviluppo della capacità di contare

- acquisizione della capacità di ordinare le parole-numero secondo la sequenza numerica

(*principio dell'ordine stabile*)

- acquisizione della capacità di mettere in corrispondenza uno a uno le parole-numero con gli elementi considerati (*principio della corrispondenza*)
- comprensione del fatto che l'ultima parola-numero usata rappresenta la quantità degli elementi considerati (*principio della cardinalità*)

1. Non posso fare inversioni, salti. La sequenza va appresa nell'ordine preciso
2. Imparo a contare se a monte so mettere in corrispondenza parole ed elementi
3. La comprensione del fatto, l'ultima parola-numero rappresenta una quantità: 1, 2, 3 (conto tre bottiglie), la parola-3 (con cui indico la terza bottiglia) rappresenta una quantità.

Slide n. 9

Livello di sviluppo delle strutture concettuali del conteggio

- confrontare la numerosità senza riferirsi a un numero
- variare la configurazione delle collezioni messe a confronto (*principio della conservazione della numerosità*)
- operare una corrispondenza termine a termine
- operare il passaggio ultimo elemento contato □ insieme degli elementi (indipendente dall'ordine seguito nel procedimento)

Vario configurazione geometrica e riscontro che si è confermata la quantità. La numerosità-quantità-cardinalità non varia se varia la disposizione.

Ci sono in realtà **tre stadi nella costruzione del concetto di numero che possono essere testati**

Slide n. 10

Stadio della non separabilità

la parola-numero acquisisce il valore di cardinale, diventa un contare.

Questo stadio non implica l'esistenza della relazione tra la parola pronunciata e quelle che la precedono e seguono (relazioni) (test l'aggiunta di uno o più elementi alla collezione comporta conteggio globale)

Stadio della separabilità

Fusione degli aspetti cardinale e ordinale della parola-numero (test prosecuzione del conteggio)

Stadio finale

Fusione degli aspetti cardinale, ordinale e ricorsività della parola. Esiste consapevolezza che il passo successivo della sequenza corrisponde all'aggiunta di una unità (una ripetizione dell'atto materiale che la sequenza numerica non è limitata)

II INCONTRO



**«Perché insegnare Matematica?
Cosa insegnare? Come?»**



Titolo della relazione
Prof PIOCHI Brunetto
16 gennaio 2013 – Ancona
Rielaborata da Alessandra Bejardi

Struttura della relazione

- Indicazioni Nazionali – Cambiamenti sociali
- Influenza sull'insegnamento della matematica: i problemi
- Serie di esperienze realizzate:





Riflessioni

- Passaggio da una società relativamente stabile a una società caratterizzata da molteplici cambiamenti e discontinuità.
- L'apprendimento scolastico è solo una delle tante esperienze di formazione che i bambini e gli adolescenti vivono e per acquisire competenze specifiche spesso non vi è bisogno dei contesti scolastici

Ogni studente ogni giorno:

- si trova a dover interagire con culture diverse
- è immerso in un mondo di tecnologie di informazione e comunicazione



QUINDI

FARE SCUOLA OGGI SIGNIFICA METTERE IN RELAZIONE LA COMPLESSITA' DEI MODI NUOVI DI APPRENDIMENTO CON LE COMPETENZE E I SAPERI DI BASE CHE SONO IRRINUNCIABILI.

L'obiettivo della scuola è quello di formare saldamente ogni persona sul piano cognitivo e culturale, affinché possa affrontare positivamente l'incertezza e la mutevolezza degli scenari sociali e professionali, presenti e futuri.



Le trasmissioni standardizzate e normative delle conoscenze, che comunicano contenuti invariati pensati per individui medi, non sono più adeguate.

NUOVE (?) FINALITA' DELLA SCUOLA



Alla scuola spettano alcune finalità specifiche:

- offrire agli studenti occasioni di apprendimento dei saperi e dei linguaggi culturali di base;
- far sì che gli studenti acquisiscano gli strumenti di pensiero necessari per apprendere e selezionare le informazioni;
- promuovere negli studenti la capacità di elaborare metodi e categorie che siano in grado di fare da bussola negli itinerari personali;
- favorire l'autonomia di pensiero degli studenti, orientando la propria didattica alla costruzione di saperi a partire da concreti bisogni formativi.

Matematica: Perché? Cosa?

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare" e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani.

In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.



(Indicazioni Nazionali)



Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni,...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.

(Indicazioni Nazionali)



L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria, ad esempio per verificare la correttezza di calcoli mentali e scritti e per esplorare il mondo dei numeri e delle forme.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

(Indicazioni Nazionali)

Quale Matematica ?

- un oggetto sociale, da "condividere" con altri al pari di ogni altro sapere,
- uno strumento che serva a collegare / modellizzare / interpretare / comunicare,
- un mezzo essenziale all'autonomia personale e all'esercizio della cittadinanza.

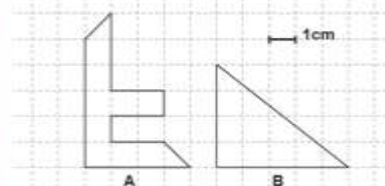
... dunque una matematica

- dove la sintassi è secondaria rispetto alla semantica,
- dove le formule sono mezzi e non fini,
- dove anche la mediazione narrativa è centrale per l'apprendimento



Esempio :

D16. Osserva i seguenti poligoni.



- L'area di A misura cm^2
- L'area di B misura cm^2

Ancora un esempio: una prova sulla misura

D26. Paolo ha costruito un modellino di carta come quello che vedi nella figura.



Lo ha poi aperto per far vedere ad un suo amico come lo aveva ricavato da un foglio di carta quadrato.

Quale tra le seguenti figure mostra il foglio usato da Paolo per costruire il suo modellino?



- A. Figura 1
 B. Figura 2
 C. Figura 3
 D. Figura 4

Occorre spostare il "focus" dell'insegnamento
(alcuni esempi...)

Da	A
Abilità di calcolo scritto	Calcolo orale Calcolo automatico
Studio di figure standard	Riconoscimento di figure dinamiche e non standard e studio delle loro proprietà
Studio di definizioni e formule	Appropriazione di un linguaggio Ragionamento
Memorizzazione e riproduzione di procedure standard	Meta cognizione Elaborazione di ipotesi e loro verifica Generalizzazione
«Problemi»	Modellizzazione Problem posing e Problem solving

Dettatura di disegni (2^a elementare)

Obiettivi dell'attività

- manipolare ed usare forme geometriche
- classificare secondo forma, colore, dimensione
- rappresentare e riprodurre figure, cercando di rispettare forma, colore, dimensione
- acquisire la capacità di dare consegne e di ascoltare per comprendere
- acquisire termini geometrici convenzionali.
- verbalizzare le fasi dell'esperienza (con il supporto di foto),

ESEMPIO: L'anatra

disegnate un triangolo, giallo, grosso,
diritto
disegnate un rettangolo rosso, grande
vicino al triangolo
disegnate un triangolo piccolo, blu, sopra il
rettangolo
disegnate sopra il rettangolo rosso un
triangolo piccolo blu
disegnate un rettangolo rosso grande
vicino l'altro rettangolo rosso messo
per largo, attaccato
disegnate accanto al rettangolo rosso un
rettangolo grande giallo a destra
disegnate un rettangolo piccolo giallo
sopra l'altro rettangolo giallo
disegnate un rettangolo piccolo giallo sotto
al rettangolo rosso attaccato
disegnate un altro rettangolo piccolo blu
sotto al rettangolo giallo grande.
(Richieste dei compagni - Lungo?
Obliquo? A dx o a sx? Attaccato?
Sopra o sotto?)



Testo collettivo

Quando abbiamo fatto "il gioco delle forme" ed ogni gruppo ha costruito il proprio capolavoro ed ha poi cercato di farlo disegnare ai compagni esattamente come era stato ricostruito sul banco, abbiamo incontrato tante difficoltà: c'era chi non sapeva dare indicazioni giuste, chi non capiva le informazioni date, chi usava termini non esatti e comprensibili a tutti, chi non sapeva rispettare le dimensioni.

Abbiamo pensato allora di semplificare il gioco, utilizzando solo 5 forme (solo grandi e piccole) per costruire una figura e di darsi delle regole valide per tutti.

Abbiamo discusso a lungo per decidere quali fossero le soluzioni migliori e siamo arrivati a stabilire queste regole:

Regole (esempi)

iniziare sempre dal basso, dal fondo della pagina a dare le indicazioni;

Per i quadrati e per i rettangoli provare a contare i quadretti per disegnare i lati, ognuno quanti quadretti vuole purché i lati del quadrato siano tutti uguali e quelli lunghi del rettangolo siano lo stesso numero e quelli corti siano lo stesso numero;

Disegnare la posizione delle forme, rispettando queste indicazioni:

► rettangolo: per lungo, in verticale;

per largo, in orizzontale;

► triangolo: ha tre punte e tre lati; la punta può essere rivolta in alto oppure in basso;

PROPOSTE PER LAVORARE SUI PROBLEMI

**IL PROBLEMA VA VISTO COME UNA
STORIA CHE CI DA' DELLE INFORMAZIONI
E CHE DA QUESTE INFORMAZIONI CI
CHIEDE DI RICAVARNE ALTRE.**

Problemi "nudi" e "vestiti" ovvero «Il gioco del "se"»

OBIETTIVI DELL' ATTIVITA'

- Ascoltare/Leggere e comprendere.
- Interagire e collaborare in maniera costruttiva per realizzare obiettivi comuni.
- Individuare, selezionare e organizzare informazioni linguistiche e matematiche per comprendere e risolvere problemi.
- Manipolare testi: intervenire sulla struttura e sugli elementi costitutivi, riscrivere il testo in base a vincoli scelti o assegnati, verificare e valutare la coerenza e la coesione del nuovo testo.
- Conoscere e utilizzare vari tipi di rappresentazione matematica per costruire il testo o risolvere un problema. Rappresentarlo creativamente.

Il gioco dell' "omino nudo"

Manipolazione del testo problema; partendo dall'utilizzazione di informazioni matematiche formalizzate in più modi (schema, diagramma a blocchi, fumetto) mettere il "vestito" al problema (costruzione del testo) e successivamente cambiare il "vestito".

Un "omino nudo"



Informazioni matematiche formalizzate in tabella

(dati della mensa)

Martedì	Mercoledì	Giovedì
14 bottiglie da 1,5 litri ciascuna	19 bottiglie da 1,5 litri ciascuna	Come il mercoledì

Un vestito da vacanza

Nel mese di luglio in un Hotel all'Isola d'Elba arrivano molti turisti.

Durante la settimana ci sono dei giorni in cui preparano anche del pesce buonissimo e quindi ci vanno tante persone ad assaggiarlo, i giorni sono il martedì, il mercoledì e il giovedì.

Ai tavoli servono anche delle bottiglie d'acqua da 1,5 litri ciascuna.

Il martedì vengono consumate 14 bottiglie d'acqua e il mercoledì ed il giovedì 19 bottiglie d'acqua al giorno.

(?) Quanti litri di acqua vengono consumati durante i tre giorni in cui preparano pesce?



«Ingrassare e dimagrire»

- A un gruppo viene dato il testo di un problema con il comando di farlo diventare un testo di almeno 10 righe.
- I problemi ingrassati vengono dati a un altro gruppo con la consegna di farli dimagrire
- Fa capire il testo del problema perché gli allievi devono capire quale elemento togliere e quale far restare .
- Es. inventare problemi partendo da ambientazioni storiche: la capanna del contadino, il castello del signorotto,.....

Esperienza – scuola media – classe prima. Testo, tratto dalla Prova INVALSI 2011

Una strada è lunga 600 m, e vi sono due bar. Un bar dista 450 m da un capo della strada e l'altro dista 380 m dall'altro capo. Quanto distano tra loro i due bar?

Proviamo a rispondere alle seguenti domande.

* Posso togliere qualche dato? (ovvero Ci sono dati superflui?)

Qui non si può togliere nessun dato, tenendo ferma la domanda.

Aggiungiamo un dato «il primo bar fa ottimi caffè e ne vende ogni giorno almeno 150». Si possono introdurre nuove domande?

La risposta è NO, si tratta infatti del tipico dato superfluo...

* Quali dati si dovrebbero introdurre per poter aggiungere nuove domande?

Ovviamente qui la risposta non è univoca. A partire dal numero di caffè venduti in ciascuno dei due bar o su eventuali differenze di prezzi... oppure si potrebbe indagare sul tempo impiegato per passare da un bar all'altro....

ALTRO SUGGERIMENTO

- CLASSI FINALI SCUOLA PRIMARIA – I MEDIA
- Si assegna un problema senza la domanda e gli allievi devono formulare tutte le domande possibili
- Discutere per far crescere le domande
- Distinguere tra domande inutili e valide

Scuola infanzia – 5 anni – filone arte

- Van Gogh «I mangiatori di patate»
- Che cosa rappresenta?



- Quante persone ci sono?
- Cosa fa l'uomo più anziano?
- Inventare una storia
- Inventare un problema

Opera di Mirò «Disco rosso all'inseguimento dell'allodola»

Che cosa ha dipinto il pittore secondo voi?

Osserviamo le forme, cosa sembrano?

E se cambiassimo la posizione e/o i colori delle forme.....



Unità di lavoro/Attività

- 1) «Approccio al problema matematico» (Infanzia – 1° Primaria)
- 2) «Problemi e testo» 1° Primaria
- 3) «Il Numero» 1° Primaria
- 4) «Problemi e testo» 2° Primaria
- 5) «Manipolare il testo di un problema» 4° Primaria
- 6) «Formulare il testo di un problema» V Primaria – 1° Secondaria
- 7) «Preventivo (vacanze)» 2° Secondaria

ATTIVITÀ

- 1) «Testo di un problema» 3° primaria
- 2) «Collegata a prova Invalsi» 1° Secondaria
- 3) «Collegata a prova Invalsi» 3° Secondaria

Le Unità di lavoro si collocano all'interno di questo percorso

- Per il gruppo di 4 e di 5 anni della scuola dell'infanzia vengono utilizzate immagini, a partire dalle quali i bambini devono ricavare situazioni problematiche e cercare di risolverle.



- Per le classi prime le attività riguardano la problematizzazione di situazioni che partono da esperienze concrete e la individuazione di tappe necessarie per risoluzione.



Per le classi seconde si inizia da problemi che contengono termini come ognuno, tanti, quanti ..., attuano drammatizzazioni della situazione problematica, completano con dati mancanti, inventano il testo da una rappresentazione grafica.



Per le classi terze si inventano problemi partendo da dati forniti, da operazioni o da domande date a partire da uno scontrino del supermercato o da un problema mascherato all'interno di una storia



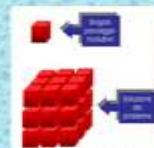
Per le classi quarte le attività prevedono la comprensione di termini specifici, il riconoscimento di dati numerici e non, la comprensione della richiesta, l'individuazione delle relazioni tra dati e domanda, l'invenzione di testi



Per le classi quinte l'attività di «riciclaggio problemi» impegna i ragazzi nel destrutturare problemi, nell'ampliarli e nel trovare domande e alternative possibili.



- Per le classi della scuola secondaria le attività prevedono una riflessione sul significato di problema e il lavoro con problemi con dati superflui, con dati mancanti, problemi senza richiesta, viene affinata la lettura e la comprensione del testo (analisi), la traduzione in termini matematici (formalizzazione) le tecniche risolutive (algoritmo).



Numero	Simbolo
1	I
2	II
3	III
4	IIII
5	IIII I
6	IIII II
7	IIII III
8	IIII II I
9	IIII II II
10	IIII III I
11	IIII III II
12	IIII III III
13	IIII III III I
14	IIII III III II
15	IIII III III III
16	IIII III III III I
17	IIII III III III II
18	IIII III III III III
19	IIII III III III III I
20	IIII III III III III II
21	IIII III III III III III
22	IIII III III III III III I
23	IIII III III III III III II
24	IIII III III III III III III
25	IIII III III III III III III I
26	IIII III III III III III III II
27	IIII III III III III III III III
28	IIII III III III III III III III I
29	IIII III III III III III III III II
30	IIII III III III III III III III III
31	IIII III III III III III III III III I
32	IIII III III III III III III III III II
33	IIII III III III III III III III III III
34	IIII III III III III III III III III III I
35	IIII III III III III III III III III III II
36	IIII III III III III III III III III III III
37	IIII III III III III III III III III III III I
38	IIII III III III III III III III III III III II
39	IIII III III III III III III III III III III III
40	IIII III III III III III III III III III III III I
41	IIII III III III III III III III III III III III II
42	IIII III III III III III III III III III III III III
43	IIII III III III III III III III III III III III III I
44	IIII III III III III III III III III III III III III II
45	IIII III III III III III III III III III III III III III
46	IIII III III III III III III III III III III III III III I
47	IIII III III III III III III III III III III III III III II
48	IIII III III III III III III III III III III III III III III
49	IIII III III III III III III III III III III III III III III I
50	IIII III III III III III III III III III III III III III III II

Numero	Simbolo
1	I
2	II
3	III
4	IIII
5	IIII I
6	IIII II
7	IIII III
8	IIII III I
9	IIII III II
10	IIII III III
11	IIII III III I
12	IIII III III II
13	IIII III III III
14	IIII III III III I
15	IIII III III III II
16	IIII III III III III
17	IIII III III III III I
18	IIII III III III III II
19	IIII III III III III III
20	IIII III III III III III I
21	IIII III III III III III II
22	IIII III III III III III III
23	IIII III III III III III III I
24	IIII III III III III III III II
25	IIII III III III III III III III
26	IIII III III III III III III III I
27	IIII III III III III III III III II
28	IIII III III III III III III III III
29	IIII III III III III III III III III I
30	IIII III III III III III III III III II
31	IIII III III III III III III III III III
32	IIII III III III III III III III III III I
33	IIII III III III III III III III III III II
34	IIII III III III III III III III III III III
35	IIII III III III III III III III III III III I
36	IIII III III III III III III III III III III II
37	IIII III III III III III III III III III III III
38	IIII III III III III III III III III III III III I
39	IIII III III III III III III III III III III III II
40	IIII III III III III III III III III III III III III
41	IIII III III III III III III III III III III III III I
42	IIII III III III III III III III III III III III III II
43	IIII III III III III III III III III III III III III III
44	IIII III III III III III III III III III III III III III I
45	IIII III III III III III III III III III III III III III II
46	IIII III III III III III III III III III III III III III III
47	IIII III III III III III III III III III III III III III III I
48	IIII III III III III III III III III III III III III III III II
49	IIII III III III III III III III III III III III III III III III
50	IIII III III III III III III III III III III III III III III III I

UNITA' DI LAVORO SISTEMI DI NUMERAZIONE Prof JANNAMORELLI

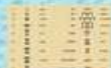
Sistemi di numerazione egizio, babilonese, romano, odierno con l'utilizzo di tecniche operative relative al calcolare; confronto tra i diversi sistemi di numerazione.

SINGOLE UNITA' DI LAVORO

Numero	Simbolo
1	I
2	II
3	III
4	IIII
5	IIII I
6	IIII II
7	IIII III
8	IIII III I
9	IIII III II
10	IIII III III
11	IIII III III I
12	IIII III III II
13	IIII III III III
14	IIII III III III I
15	IIII III III III II
16	IIII III III III III
17	IIII III III III III I
18	IIII III III III III II
19	IIII III III III III III
20	IIII III III III III III I
21	IIII III III III III III II
22	IIII III III III III III III
23	IIII III III III III III III I
24	IIII III III III III III III II
25	IIII III III III III III III III
26	IIII III III III III III III III I
27	IIII III III III III III III III II
28	IIII III III III III III III III III
29	IIII III III III III III III III III I
30	IIII III III III III III III III III II
31	IIII III III III III III III III III III
32	IIII III III III III III III III III III I
33	IIII III III III III III III III III III II
34	IIII III III III III III III III III III III
35	IIII III III III III III III III III III III I
36	IIII III III III III III III III III III III II
37	IIII III III III III III III III III III III III
38	IIII III III III III III III III III III III III I
39	IIII III III III III III III III III III III III II
40	IIII III III III III III III III III III III III III
41	IIII III III III III III III III III III III III III I
42	IIII III III III III III III III III III III III III II
43	IIII III III III III III III III III III III III III III
44	IIII III III III III III III III III III III III III III I
45	IIII III III III III III III III III III III III III III II
46	IIII III III III III III III III III III III III III III III
47	IIII III III III III III III III III III III III III III III I
48	IIII III III III III III III III III III III III III III III II
49	IIII III III III III III III III III III III III III III III III
50	IIII III III III III III III III III III III III III III III III I

NUMERAZIONE YORUBA
NUMERAZIONE EGIZIA
NUMERAZIONE BABILONESE
NUMERAZIONE MAYA
ARITMETICA EGIZIA
ARITMETICA INCAS
REGOLI DI NEPLERO
REGOLI DI GENAILLE
RAPPORTO TRA PERIMETRO ED AREA
SOLIDI PLATONICI
GEOPIANO – TEOREMA DI PICK

Numero	Simbolo
1	I
2	II
3	III
4	IIII
5	IIII I
6	IIII II
7	IIII III
8	IIII III I
9	IIII III II
10	IIII III III
11	IIII III III I
12	IIII III III II
13	IIII III III III
14	IIII III III III I
15	IIII III III III II
16	IIII III III III III
17	IIII III III III III I
18	IIII III III III III II
19	IIII III III III III III
20	IIII III III III III III I
21	IIII III III III III III II
22	IIII III III III III III III
23	IIII III III III III III III I
24	IIII III III III III III III II
25	IIII III III III III III III III
26	IIII III III III III III III III I
27	IIII III III III III III III III II
28	IIII III III III III III III III III
29	IIII III III III III III III III III I
30	IIII III III III III III III III III II
31	IIII III III III III III III III III III
32	IIII III III III III III III III III III I
33	IIII III III III III III III III III III II
34	IIII III III III III III III III III III III
35	IIII III III III III III III III III III III I
36	IIII III III III III III III III III III III II
37	IIII III III III III III III III III III III III
38	IIII III III III III III III III III III III III I
39	IIII III III III III III III III III III III III II
40	IIII III III III III III III III III III III III III
41	IIII III III III III III III III III III III III III I
42	IIII III III III III III III III III III III III III II
43	IIII III III III III III III III III III III III III III
44	IIII III III III III III III III III III III III III III I
45	IIII III III III III III III III III III III III III III II
46	IIII III III III III III III III III III III III III III III
47	IIII III III III III III III III III III III III III III III I
48	IIII III III III III III III III III III III III III III III II
49	IIII III III III III III III III III III III III III III III III
50	IIII III III III III III III III III III III III III III III III I



Unità di lavoro
NODO CONCETTUALE:
ESTENSIONE (prof Piccione Maria)

Estensione lineare propria della scuola dell'infanzia es. misurare la lunghezza del tavolo con bacchette

Estensione superficiale ricoprire la superficie del tavolo con un fazzoletto – Scuola Primaria

Estensione spaziale o volumetrica – Scuola Secondaria



giocipollari@alice.it

ales_berardi@libero.it

III INCONTRO

MARIA PICCIONE

RELAZIONE (II PARTE)

IL CONCETTO DI NUMERO: STRUMENTO PER QUANTIFICARE LA REALTA'

Cercherò di riprendere il discorso che avevamo lasciato e che aveva attratto la vostra attenzione perché prettamente rispondente ai problemi che incontrate e vedete nei ragazzi quando operano con i numeri. Mi sono resa conto, peraltro, cercando di preparare questo secondo incontro che le questioni che si devono toccare sono tante. Tante nei dettagli, nella loro analisi profonda, pochi se vogliamo raggruppare, come a me piace fare, in grandi classi. Per quanto riguarda la geometria voi sapete bene che io, nel corso della mia riflessione per molti anni sul pensiero geometrico, ho interiorizzato cinque grandi punti, nodi fondamentali del pensiero geometrico. Essi sono: la dimensione, la misura, la posizione, l'estensione e la forma, li avevamo proprio analizzati in questa sede. Allora viene naturale chiederci: se questi sono i "nocciolini" del pensiero geometrico, quali sono i "nocciolini" del pensiero aritmetico? Dicemmo già l'altra volta: il concetto di numero, di operazione, di funzione, di estensione algebrica e un altro concetto è l'uguaglianza. L'uguaglianza si può anche considerare come un problema insito per esempio nell'ambito numerico stesso. Quando due numeri sono uguali? Inserendo l'uguaglianza a livello simbolico: quando questi simboli sono uguali? Nasce il quarto grosso

nodo che è quello di SIMBOLO. Anche la volta scorsa vi ho detto delle attività che abbiamo sviluppato a Siena e che si ricollega a quelle di Brunetto Piochi. Noi abbiamo lavorato in un gruppo decentrato che ha sofferto questa situazione un po' indipendentemente dal resto della ricerca italiana, nella quale poi hanno confluato i nostri risultati e questa è una cosa importante. Abbiamo partecipato nel 2001 e rivisitato "matematica 2003". Sono stati individuati sette nuclei fondanti del pensiero matematico: 3 procedurali e 4 tematici. Tra questi quattro tematici ci sono: il concetto di numero, spazi e figure, operazioni, e l'ambito molto interessante del pensiero combinatorio e probabilistico. I procedurali sono: misura, argomentare e dimostrare, soluzione dei problemi. Occuparsi del numero significa centrare in ogni caso il primo nucleo dal quale prende avvio tutto il pensiero matematico tanto è vero che avevamo scritto nella slide, la volta scorsa, che dal numero parte tutto. Questa frase deve entrare nella nostra consapevolezza e diventare un principio. Dal numero parte tutta la costruzione del pensiero matematico dei nostri allievi e questo comporta una grande attenzione da parte del docente perché, se ricordate, la volta passata vi avevo letto questo breve elenco di pareri di ragazzi i quali molto frequentemente si esprimono nei confronti della matematica con giudizi o immagini o emozioni che nel complesso noi non possiamo che definire negative (non mi piace, non ci capisco niente, è troppo complicata, è una materia morta, non mi entra in testa anche se me lo hanno spiegato tante volte,). All'inizio del percorso della scuola elementare va tutto bene, ma quando arrivano i numeri decimali e le frazioni, il discorso cambia. Arrivano a dire: "senza calcolatrice non so ragionare" c'è un'interessante contrapposizione dall'arrivare a un risultato anziché compiere dei passaggi e dei processi di tipo logico. L'ultima che avevo letto era una risposta che mi era stata data da un ragazzo della scuola superiore (classe II) dove lavoravamo ad un progetto di recupero. Ripensando alla scuola elementare ha scritto: "La maestra ci faceva divertire". Allora che cosa succede? Si intensificano tutti gli aspetti algoritmici della matematica e i ragazzi finiscono per disaffezionarsi. La disaffezione nei confronti della matematica e l'analisi delle difficoltà di apprendimento hanno davvero costituito l'oggetto della ricerca di chi ha lavorato in questo ambito; intanto perché la disaffezione era un problema veramente urgente da risolvere e perché le difficoltà di apprendimento effettivamente sono da ricondursi a processi di educazione e era questa la frase che avevamo letto: "la matematica ha grandi difficoltà intrinseche, non sono difficoltà apparenti". Quando si dice questo bambino non capisce che... per noi adulti il tempo della acquisizione di consapevolezza dei significati, non dei temi, è stato un tempo lungo, ma per i ragazzi non è ancora così. Tante volte, nel corso di tutto l'arco della scolarità vorrei dire dalla scuola dell'infanzia fino alla maturità avviene che un ragazzo riassume anche intimamente quello che ha studiato non perché qualcuno glielo dice ma risistema da solo le proprie conoscenze. Il percorso non è semplice. Le difficoltà della matematica fanno riferimento specialmente al linguaggio cioè al linguaggio dei simboli, al linguaggio simbolico e anche a qualcosa che più avanti, quando, per la natura stessa della matematica, si costruisce un sistema di conoscenze dove la spiegazione è data dalla coerenza. Questa nota ci porterà a sottolineare il porre una grande attenzione all'esistenza dei simboli. Questi simboli non seguono sempre le stesse regole; per esempio per quanto riguarda i segni delle operazioni l'addizione fra i numeri naturali non è la stessa operazione che opera fra i numeri decimali, fra le frazioni o andando avanti fra i numeri reali; sono via via delle operazioni che quando ci si limita all'insieme precedente coincidono con l'operazione precedente, ma sono di volta in volta altre. I due aspetti: l'aspetto del simbolo e l'aspetto della estensione algebrica non sono considerati come nuclei fondanti; io inserirei il concetto di simbolo come nucleo fondante del pensiero matematico perché la matematica passa attraverso il linguaggio simbolico, senza il simbolo è come la lingua senza l'alfabeto, senza le regole sintattiche e grammaticali; quindi quale linguaggio matematico avremmo? Se classifichiamo il simbolo come nucleo fondante dobbiamo senz'altro inserirlo fra i nodi concettuali perché effettivamente il simbolo ha rappresentato un ostacolo dal punto di vista epistemologico. Ma non solo il simbolo anche questo fatto della estensione algebrica, ci sono voluti molti secoli per sistemare la conoscenza matematica, quella ufficiale e se vi ricordate ho detto che un grande matematico come Giorgio Polya dice che la matematica non andrebbe insegnata rifinita perché lì si perde quella grande difficoltà di coloro che hanno dedicato la vita alla costruzione della conoscenza matematica; si perdono le difficoltà che sono state incontrate dai singoli e dalla comunità nel tempo. Al di là di questo mi preme comunicarvi questo: è davvero un punto d'arrivo ormai per me che mi sono per tanti anni occupata di difficoltà; all'inizio, come tutti in Italia, anch'io ho fatto quella che si

chiama ingegneria didattica cioè come si fa a spiegare bene questa piccola cosa? E' un aspetto comunque interessante della didattica, poi mi sono occupata della difficoltà di tutti quei ragazzi che dicevano: "per me la matematica è una pena, mi fa soffrire". Il peggio è quando i ragazzi la valutano anche inutile e queste affermazioni, che pure non sono state trascritte nell'elenco, ma tante volte ce le siamo sentite dire: mio padre è diventato avvocato e non capiva la matematica, si può essere davvero persone di successo senza avere una mentalità matematica? Occorre capire cosa si intende per mentalità matematica; certamente anche a noi tante volte ci ha preso l'ansia nel sapere cosa è un logaritmo di una potenza, peggio ancora tutte le funzioni psicometriche.

Diamo alla matematica quel respiro che serve avere. La matematica serve a potenziare le strutture logiche nel singolo ragazzo, però egli deve vivere situazioni di tipo problematico. L'insegnante deve entrare in classe sempre con un problema da cercare di risolvere con gli alunni. Le difficoltà sono ancora sui termini: attenzione e consapevolezza. Vogliamo istintivamente intuire perché decimi per decimi fa centesimi, sono tanti i passaggi cruciali che non vanno elencati, ma tenuti presenti perché li possiamo trasmettere (ecco cosa vuol dire consapevolezza) poi attenzione nei momenti in cui questi passaggi difficili stanno accadendo. L'altra volta avevo detto che non solo quelle operazioni che si fondano sui processi di numero naturale ma tutto il pensiero matematico è la base e lo sviluppo del nucleo dell'intelligenza logico matematica. Non ci interessa il logaritmo in sé, ci interessa la matematica da poter applicare nel quotidiano, ci interessa la matematica fino al pensiero razionale perché poi è quella che serve per la vita. I nostri nonni che avevano frequentato fino alla quinta erano proprio bravi e potevano essere dei bravi commercianti, quindi per la vita basta pochissimo. Dobbiamo continuare a potenziare gli sviluppi intellettuali delle attività lavorative dei ragazzi e il loro bagaglio culturale oltre allo sviluppo della mente, si può procedere oltre il livello del pensiero proporzionale che è già uno scambio evoluto della mentalità matematica purché ci sia costruzione effettiva del concetto non solo l'aspetto del calcolo e dell'algoritmo (un procedimento che permette di calcolare un risultato e risolvere un problema, eseguendo una serie di ordini e condizioni impostate a priori). Vorrei farvi notare quanto intervengono queste operazioni delle quali la mente umana è dotata in maniera innata in capacità di isolamento, ma questo ci interessa meno. Pensate sempre a un confronto: è una operazione mentale che ritorna in ogni ambito numerico eppure ce l'abbiamo innata. Intuizione, confronto quindi ordinamento che vuol dire confronto dal più piccolo al più grande o viceversa. Posso mettere in ordine quando so confrontare rispetto alla qualità che ho scelto e alla classificazione. Queste sono le caratteristiche dell'intelligenza logico matematica. Anche l'esperienza geometrica si avvale del confronto, della classificazione e poi compare anche la costruzione della rappresentazione come nel numero e quasi quasi potremmo non distinguere le due intelligenze: la visuo-spaziale da quella logico matematica. Noi in una costruzione corretta del concetto di numero naturale possiamo potenziare queste facoltà.

Dove avviene il primo lavoro di intervento strutturato nella scuola? I bambini hanno un livello non strutturato nell'interazione con i genitori, con gli adulti in ambito extrascolastico. A scuola l'educazione è strutturata, questa è la differenza. La scuola dell'infanzia svolge un ruolo fondamentale nella costruzione del concetto di numero. Molto importante a livello della scuola dell'infanzia i lavori su questo nodo concettuale che è la simbolizzazione.

Perché avevamo interrotto il discorso per dare spazio ad una certa attività? Ricorderete che avevo fatto quattro domande a voi insegnanti proprio perché quando si mettono insieme le idee, le immagini mentali di un gruppo, qualunque sia, se ne traggono sempre spunti, considerazioni e conclusioni molto importanti. Al soggetto resta l'esperienza di un lavoro metacognitivo. che è un altro aspetto che oggi la didattica tende a sostenere molto fortemente. E' nel momento in cui cerco di esplicitare che cosa ho studiato, che cosa vedo mentre parlo, mentre verbalizzo (descivo con parole o descivo graficamente ciò che vedo) che riosservo la mia conoscenza da un altro punto di vista un po' come dire: non sono dentro la conoscenza, ma la guardo come se fosse quella di un altro nel momento in cui la descivo. Sul lavoro che vi avevo chiesto di fare in Ancona, sono emersi risultati interessanti; era per lasciare a voi la consapevolezza di questo modo di procedere. Cioè che cosa relativamente ho di fronte ad un oggetto della conoscenza: consapevolezza ed affezione. E' un modo buono di lavorare quello di chiedere ed ascoltare e interpretare ovviamente; soprattutto alla scuola media quando il ragazzo viene interrogato su un teorema, una definizione e poi si passa all'esercizio, ma l'esercizio ci ricorda quella famosa frase: "il problema deve risultare uguale a

quello che la maestra ha fatto". "Che cos' è un problema secondo te?"- chiede la maestra. Risposta: "E' una cosa che deve risultare uguale a quello che la maestra ha già fatto". Mi capita tante volte di ripetere questa frase insieme a quest'altra: "quello che ho imparato in otto anni di matematica è stato cosa fare quando me lo ricordavo ma quello che avrei voluto imparare era cosa fare quando non me lo ricordavo". Sono questioni importanti: sul numero poggia tutto, noi ce lo dobbiamo ripetere per ricordarci quanto è importante il nostro lavoro quotidiano. Attenzione a non dare dei cliché che i ragazzi possono ripetere, questo è altro, non è matematica. Recuperiamo l'anima della matematica, ce lo ha detto Brunetto, l'anima della matematica è la problematizzazione. Cosa hanno fatto i matematici nel corso di tutta la storia? Due cose: hanno risolto problemi e se li sono posti di continuo, ogni soluzione di problema ne poneva un altro. Poi si è sviluppato tutto il pensiero matematico liberamente senza legami con le esigenze della vita quotidiana, ma anche, soprattutto per quello che è stato lo sviluppo iniziale quello che riguarda il pensiero proporzionale anche per esigenze pratiche tratte dalla vita quotidiana, dalla realtà. Ma il matematico non si ferma mai a dare la risposta vincente, va sempre un pochino più in là perché attratto da quesiti anche puramente teorici, si potrebbe dire divertimenti della mente, giochi della mente. Una volta avevo citato il titolo di un libro di Lucio Lombardo Radice "Il giocattolo più grande" Giunti Marzocco - 1979; il giocattolo più grande è la mente, altre volte ho detto che bisogna forzare i ragazzi a pensare perché è importante.

A voi avevo rivolto queste domande all'inizio della conversazione perché se avessi parlato e poi chiesto avrei esercitato un grande condizionamento. Ecco perché le domande vanno fatte via via, passo passo; è stato un modo per far sentire a voi una dinamica di relazione culturale simile a quella che quotidianamente, se non quotidianamente, ma frequentemente deve essere attivata nella classe. Domattina andrò nella classe di Marilina e nella classe di Clara e farò proprio un lavoro di questo genere: di domanda ed ascolto. "Che cosa vedete nel riquadro?" C'è un segno. Le risposte hanno abbracciato un ventaglio molto ampio che mi sarei aspettata perché ho già fatto questa esperienza con altri gruppi. Pensavo che la maggior parte delle risposte si sarebbe concentrata sulla risposta del tipo "Il numero 5",



5

cinque scritto con la parola cinque o scritto con il simbolo 5; anche in questo caso la maggior parte delle persone si è orientata verso questa risposta. Ma è proprio il numero 5? E' il numero 5? Una persona ha risposto facendo nel riquadro il disegno di 5 palline, è molto interessante perché in questi 5 pallini disegnati io vedo un ritorno all'inizio della sua concettualizzazione: da bambina metteva insieme 5 sassolini e poi qualcuno, adulto, nell'interazione diceva 5, è così che avviene l'associazione parola-numero-quantità, una certa parola con una certa quantità. Il bambino di tre anni che per esempio vede apparecchiare per tre sa che in famiglia sono tre e acquisisce il numero tre e la mamma può dire: "Metti tre piatti". Nel linguaggio comune avviene spesso questa acquisizione. Non va bene questa risposta perché questo non è cinque palline, il numero 5 è al centro di questo rettangolo. Una persona ha risposto "un cinque". Queste analisi vanno poi condotte in classe con i bambini, anche per i numeri decimali: "parlami di 3,8". La domanda: "che cosa vedete nel riquadro?" è una domanda; se chiedo che "cos'è 3,8, che cosa sono tre quart?"i è già un'altra domanda. E' il modo di procedere che io cerco di esemplificare. Un 5 è una risposta interessante perché quell'un vuol dire che ci sono tanti cinque; poi ci sono risposte che fanno riferimento al segno grafico. Ci sono quattro risposte che dicono cifra, è una risposta corretta perché il 5 è una cifra; alcuni vogliono interpretare il 5 come un segno geometrico, con la pancia (omino panciuto). Viene interpretato con qualche rappresentazione figurativa e poi ancora un simbolo (2 persone soltanto), un numero (non va bene), di nuovo un segno simbolico (va bene). Mettiamo insieme segno grafico, cifra, un simbolo, un segno simbolico. Ancora altre risposte: una quantità (non va bene perché quel segno è un segno, non una quantità), una azione (è difficile capire che cosa avesse in mente la persona, forse voleva dire l'azione del contare). Le risposte: numero 5 sono tante perché ha raccolto il massimo consenso: sono 12. Se mettiamo insieme tutte le altre che fanno riferimento al segno raggiunge la stessa quantità. Poi ci sono altre risposte che devono

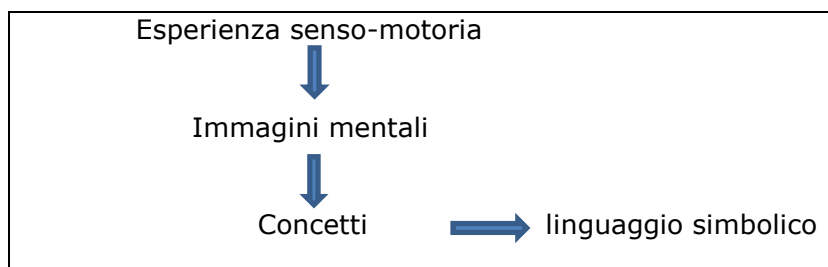
essere classificate come non corrette. Il 5 è un segno che si può chiamare simbolo perché richiama un oggetto.

La domanda successiva era: "Che cosa vedete nel riquadro?" perché è interessante questa seconda domanda alla quale ben 18 persone hanno risposto che è una operazione o addizione.


$$3+5$$

Una persona ha detto due numeri, una somma in un rettangolo, un'altra due quantità unite insieme, altre dicono 8. C'è poi una risposta secca 8, espresso come somma. Importante in questa risposta la parola espressione; espressione e scrittura non si possono considerare equivalenti segni grafici; altri, in buona quantità dicono che è una somma e poi tre simboli, è come tre segni grafici, se ci fosse stata una scrittura e come ogni scrittura è definita da segni grafici avrei potuto metterla insieme a queste risposte, ma non si è presentata. Dove dobbiamo indirizzare la nostra attenzione? E' una operazione e si sa bene che l'operazione è un'altra cosa perché il simbolo di una certa operazione è il più, però è anche significativo avere questa risposta immediata. Quale conclusione dobbiamo trarne? Talvolta (lo so per esperienza) questa viene davvero vista come una addizione. Allora se noi ci accorgiamo di questo in classe può voler dire che il ragazzo sta pensando a livello operativo (questa è una addizione) è già ad un livello di richiesta di una operazione, ma io non ho richiesto una operazione, ho solo chiesto di dire cosa vedi. Vedo dei segni che sono in realtà simboli aventi un significato. La discussione vuole andare a cogliere tra i tanti nodi concettuali che riguardano la costruzione del numero proprio l'aspetto della simbolizzazione. Perché avevo fatto non più di due domande: 1) Che cosa vedete se dico 5?; 2) Che cosa vedete se dico 3+5? per enfatizzare il fatto che abbiamo delle scritture, che ci sono delle parole, e anche per aprire un'altra discussione e digressione su qual è la differenza se scriviamo 3+5 o se scriviamo 3+5 nel rettangolo? La somma è la somma di una quantità. In che cosa vorrei sostenere la vostra attività? Nel fatto che di questi passaggi non ce ne sono tanti, c'è chi va ad individuare momenti particolari in cui è importante rilevare la tipologia di certe acquisizioni. Non ho mai letto che la rappresentazione simbolica è un obiettivo specifico di apprendimento ma lo può diventare e avrà anche uno sviluppo: cosa fare all'inizio, cosa fare più avanti, Forse queste due domande sono più vicine alla realtà semantica della lingua italiana piuttosto che alla lingua matematica. Molti ricercatori insistono sul fatto che i bambini fino a sette anni devono adoperare il linguaggio italiano allora 3+5, c'è questo più della lingua italiana che vuol dire aggiungere, si può anche usare. In una scrittura decimale posso dire 3 metri e due decimetri, mescolare i due linguaggi per venire piano piano proprio mediato dall'uso di quello che in maniera aulica si chiamerebbe metalinguaggio perché il linguaggio che usi per parlare di matematica, piano piano da linguaggio naturale diventa linguaggio tecnico e per questo l'acquisizione dei concetti matematici deve essere lenta, "lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo". Non si deve pensare che questa lentezza nel lasciare che i ragazzi lavorino intorno a un problema sia perdita di tempo. È invece un grande investimento sulla significatività. Io credo che la grande scommessa e in questo riprendo parole di Gardner che disse in un convegno: quale educazione per il nuovo millennio? Educazione al pensiero matematico. Ma quale pensiero matematico? Non quello algoritmico, quello invece tutto indirizzato all'acquisizione del senso dei segni. Naturalmente gli insegnanti non sono lontani, hanno bisogno di piccole contenute e momenti di riflessione. Qualcuno di voi può avere la sensazione che non stiamo facendo niente, stiamo lavorando intorno a un nodo concettuale che è responsabile di tutte le difficoltà che i ragazzi poi hanno in matematica e anche questo mio modo di interagire con voi ha uno stadio didattico; non ci sarà bisogno di rileggere, voi avete ormai chiarito e ricostruito questo importante problema della vostra mente. Un fatto sono gli oggetti, un altro fatto è il modo in cui rappresentiamo questi oggetti: la parola cinque che poi diventa il nome di quella quantità (i numeri rappresentano quantità) è un altro fatto ancora. Il nome di una quantità che posso rappresentare in un altro linguaggio con un segno, è la distinzione tra segno e oggetto. Ora vediamo che andando avanti si incontra un grande problema: la costruzione del concetto di numero naturale porta con sé l'incontro con i simboli del linguaggio matematico. Non solo con quelle operazioni di confronto, di ordinamento, di classificazione, di scomposizione e di ricomposizione noi riusciamo l'intelligenza

matematica e tutto questo si fa mentre si lavora all'introduzione del concetto di numero naturale, ma contemporaneamente si ha anche l'incontro con i segni e il problema grosso è quello di anticiparli. La forma non è sostanza, la forma è in secondo piano, la sostanza è la sostanza però una mia cugina acquisita che viene dalla Calabria mi disse: rifletti perché la forma è anche sostanza; nel caso della matematica è vero più che nella vita sociale, però è vero anche nell'ambito delle relazioni umane. La matematica non si sarebbe evoluta se a costo di grandi difficoltà non si fosse pervenuti alla modalità di rappresentare i numeri (posizionale, decimale e anche polinomiale) quindi la forma è anche sostanza. Non c'è conoscenza senza esperienza, è inutile che le cose vengano raccontate se non sono sperimentate, se non vi è esperienza. La conoscenza si ha quando ti immergi, e allora senti l'umido, il caldo,.... Sto dicendo questo per dire che la matematica non può essere narrata.



Anche la fiaba seppure è oggetto di narrazione è davvero compresa perché genera in tanti passaggi analogie con le esperienze che il bambino ha comunque vissuto. L'esperienza, in particolare la senso-motoria, è il primo livello della costruzione del concetto che dà l'azione, cioè i concetti sono la trasposizione nella mente delle azioni, in particolare di quelle tattili oltre che visive. Come faccio emergere le immagini mentali che si formano dall'esperienza? Con la domanda: Cosa vedi? Come si forma il concetto di casa? Avendo visto tante case. E che cos'è la casa? La casa nel senso astratto è una idea che enuclea la proprietà che accumuna tutte le immagini mentali che ho recepito dall'esperienza (il bambino si trova in una casa, sente dire casa, associa la parola al potersi muovere, all'essere riparato,...) e pian piano associa alla parola casa quella situazione, ma possono essere tante case diverse e alla fine emerge questa idea. I concetti sono proprietà. Di fatto ogni concetto è una proprietà che accomuna immagini mentali. Poi c'è un simbolo che rappresenta il concetto; simbolo è un oggetto concreto, quel segno che abbiamo visto prima è un oggetto concreto che rimanda ad un oggetto che si trova a un livello di astrazione diverso: 5 non c'è qui in questo mondo, è un'idea, è una proprietà che noi dobbiamo esprimere. Le scritture sono oggetti astratti, fanno riferimento a oggetti astratti, ma vengono trattati come concreti quando le scritture simboliche presentano la rappresentazione concettuale. Prima tutte queste esperienze significative, poi si formano immagini che conducono a concetti e poi i concetti si possono anche rappresentare. Per anticipare il discorso sui numeri decimali noi dobbiamo sperimentare che qualcosa si può dividere in parti; esempio un decimo e se lo scrivo un decimo, va bene pian piano devo arrivare alla singola simbologia, altrimenti si crea il problema che il simbolo diventa l'oggetto e la matematica diventa manipolazione di simboli. Se alla scuola media un ragazzo semplifica il 3 nella moltiplicazione $3/5 \times 7/10$ fa un errore, è il ragazzo non accorto, distratto o quello che non ha interesse. Devo sapere perché posso semplificare e perché lo faccio, perché c'è quella semplificazione; altrimenti la matematica diventa manipolazione di segni perché sono i segni l'oggetto del sapere. Questa è una cosa molto importante. Operare accuratamente la distinzione tra un nodo concettuale e la simbolizzazione che è un oggetto di apprendimento. Quando comincerà questo apprendimento? Comincia subito prima della scuola perché il bambino conosce i segnali stradali, le case, il segno della toilette, ma voi potete raccogliere una quantità di esempi; il genitore accorto potrebbe anche lavorarci sui segnali (es. divieto di accesso: una sbarra che impedisce di andare e anche la freccia che indica andare a sinistra,...) Nel contesto che precede la scuola primaria c'è una grande varietà di occasioni per lavorare sui segni. Quando poi andremo a tradurre segno 5 potremo dire è un segno, un segnale che rappresenta quella quantità al pari del divieto di accesso che ti dà un messaggio. In quanto oggetto di apprendimento di simbolo è necessario lavorare con attività specifiche, strutturate. Che significa? I primi passi sono questi: l'idea di simbolo comincia ad essere strutturata nella scuola dell'infanzia con l'attribuzione di un disegno che identifica ciascun bambino e uso di

segni vari (agli attaccapanni, segnali nelle aule.....); fonte preziosa come fonte di lavoro è il calendario. Il bambino lo vede e l'acquisizione avviene spontanea es. quando la maestra dice: "oggi è il ..." Il bambino associa il segno alla giornata e pian piano acquisisce la corrispondenza. C'è un lavoro molto buono di una mia collega Cinzia Bonotto sul calendario veramente interessante, ed è un lavoro da fare anche in prima, anzi a molti livelli: quanti giorni ci sono a... dal giovedì al martedì dopo...è già un contare, primi conteggi molto significativi. C'è differenza tra andare dentro l'oggetto di apprendimento o dare una buona pratica. Può essere sviluppata con attività di interpretazione di segni grafici astratti, anche quando questa interpretazione ci porta a dire: non mi sembra nulla, non mi ricorda niente: il segno ha senso anche come segno. E' qualcosa, debbo riconoscere se faccio il coniglietto; il segno ha una sua dignità anche quando può non significare. Perché dico può? Perché i bambini vedono sempre qualcosa in qualunque segno, grazie alla creatività. Nel riconoscimento dei segni vanno bene i logo (Unicef es.) si può analizzare questo simbolo che rappresenta qualcosa. Si chiede: "Guarda questo segno: ti fa pensare a qualcosa?" domandare ed ascoltare. La nostra didattica trarrà grande giovamento da questa dinamica relazionale. Voi pensate quando l'insegnante sta in cattedra, narra, talvolta non guarda addirittura e questa è la mediazione. Avvicinarsi, guardare, toccare e soprattutto chiedere. Per esperienza diretta vi dico che mi ha colpito molto un ragazzo che mentre era in un programma di recupero in un biennio di scuola superiore, aveva dei problemi con la divisione di due polinomi. La divisione di due polinomi dal punto di vista del lavoro mentale è interessante perché c'è una analogia. Tutte le volte che si instaura un processo analogico dal punto di vista della evoluzione mentale, dello sviluppo dell'intelligenza è un'ottima cosa. Il pensiero analogico si ha perché io trasferisco proprietà da un ambiente a un altro, quindi c'è transfert cognitivo. Naturalmente a livello procedurale c'è l'anello degli interi e l'anello dei polinomi. Quindi ci fu tutto un recupero di cosa voleva dire dividere due numeri interi per arrivare poi al problema della divisione del polinomio. In tutto il lavoro di ritorno ai numeri interi, quindi ad una acquisizione che questo ragazzo aveva fatto quando frequentava la seconda media e mentre io facevo le domande familiari (come li vedi i numeri? Cosa pensi? Come li hai organizzati nella tua mente?) a lui per prima cosa non sembrava di far matematica e per secondo si sentiva considerato una persona. Ora non era vero perché alla scuola dell'infanzia e elementare tutti i bimbi sono molto considerati, è dopo, quando talvolta, capita che l'insegnante narri e è quasi colpa del ragazzo se non costruisce.

Ritorniamo alla domanda precedente: "Questo segno fa pensare a qualcosa?" può essere sviluppata con una rappresentazione di segni grafici e di rappresentazione grafica che è l'operazione contraria. Da una parte ti ho dato un segno, dall'altra io ti dico pensa a qualcosa. Fai un disegno che rappresenta un albero, la richiesta si può anche precisare: fai un disegno schematico che rappresenta un albero. Disegna un ostacolo, la gioia, l'amicizia (cosa si fa per rappresentare l'amicizia?) poi si può chiedere di rappresentare quattro cose. L'obiettivo cognitivo è quello di passare (abbiamo detto che la simbolizzazione è un oggetto di apprendimento) con un lavoro adeguato, organizzato dall'idea che un segno che può essere anche una cosa che può non voler dire nulla (pura impronta grafica, opinione di Giovanni Prodi) a simbolo cioè è un segno che richiama un oggetto appartenente ad un diverso campo di esistenza che può essere un campo concreto, può essere l'amicizia, può essere il concetto di un'idea, quindi quel segno 5 fatto così dentro a quel famoso rettangolo presentato ad Ancona è un simbolo dotato di significato. Il significato può essere di riferimento, denotativo, ma non andiamo in questioni di semiotica del linguaggio che superano i limiti dei nostri obiettivi. Questi tre stadi sono però assai rilevanti ci sono segni semplici, segni che diventano simboli quando richiamano oggetti e segni che sono dotati di significato. Questo significato è formato da due cose: la denotazione, il significato che richiama all'oggetto che il simbolo rappresenta e il senso. Il senso è il contesto dove ho costruito quel significato. Il significato è dato dal contesto dove ho costruito questo oggetto. E' interessante tenere presente queste tre aspetti fondamentali perché tutte le volte che in matematica introduciamo un simbolo noi non possiamo eludere, in coerenza con la nostra passione che è quella dell'educazione del pensiero, intanto dotare di significato perché guai ad avere segni senza significato. Il significante è il segno grafico, il significato è l'idea. Quindi grande attenzione e controllo che i significati soggiacciono ai segni. Il nostro obiettivo era il concetto di numero naturale però ho voluto aprire questa parentesi perché la costruzione del significato dei segni ci deve accompagnare per tutta la scuola dell'obbligo. Abbiamo difficoltà perché dalla materna è mancato il significato. Possiamo direi: Questi significati sono sempre facili da dare? No, non lo sono.

Quindi questo un pochino solleva perché siamo davvero davanti a grandi difficoltà e più avanti potremmo vedere anche quali. Confronto seriazione, classificazione, ..., capacità di contare, i livelli di sviluppo delle funzioni del conteggio, il contare transitivo (riferito al contare una serie di elementi e indicare l'ultimo numero come il cardinale di quell'insieme; il contare intransitivo (riferito al contare una serie di elementi e indicare l'ultimo numero come il cardinale di quell'insieme); ... noi siamo andati da un'altra parte. Abbiamo chiuso il nodo concettuale simbolo e abbiamo aperto il nucleo fondante numero. E ora riprendo rapidamente il discorso interrotto. Ci sono due stadi: quando facciamo un recupero di conoscenza matematica riprendiamo lo stadio finale cioè che cosa è un numero naturale, qual è la struttura di questo insieme, come è fatto l'insieme dei numeri naturali (comincia dallo zero, quindi è limitato) a che cosa è legato, tutti i concetti nascono dalle azioni. Il concetto di numero naturale sta, secondo l'aspetto ricorsivo nel fatto che un'azione può essere seguita da un'altra azione, da un'altra ancora, all'infinito. Sotto questa esperienza legata all'aspetto della cardinalità ha valore terminale col fatto che nella realtà noi siamo di fronte ad oggetti e le quantità di questi oggetti sono variabili. Quando è che un soggetto ha costruito in maniera congrua l'idea di numero naturale? Quando sa che sono infiniti, che seguono uno dopo l'altro, si parte dallo zero, che l'insieme è esteriormente limitato e che se mi trovo a un certo stadio nella successione, il numero che precede rappresenta una quantità che possiede una unità di meno rispetto a quella considerata. In questo modo abbiamo un concetto di numero naturale perfettamente costruito. Nei bambini molto piccoli devo tenere presente come il bambino si organizza per la conta. Se io dovessi contare voi, come organizzo la conta? E quali schemi percettivi utilizzo? Per esempio so che le file sono cinque e vado avanti,... lo schema percettivo è flessibile, si forma pian piano, devo disporre oggetti in forma diversa, lavorare con la mente: disporre oggetti a triangolo, a quadrato,.. numeri figurati. Questa percezione degli schemi è un'attività molto importante. Esempio di un problema a bambini di seconda elementare (sempre chiedere ed ascoltare): ci sono due tavoli con gettoni sopra disposti in modo diverso. Anna dice che nel secondo tavolo sono di più che nel primo. Un bambino spiega che non è vero; dice: non vedi che quelli messi vicino in alto puoi pensare che sono diventati gli altri. In effetti il concetto di corrispondenza è biunivoca, è fondamentale per la costruzione del concetto di numero. Lo schema percettivo svolge una grande importanza, mentre osservo un bambino che conta e osservo i gesti che fa, capisco a quale livello della conta (conta che è già diventata corrispondenza degli oggetti nell'insieme da contare): se ripete, se conta ordinatamente, se organizza i gettoni prima di contarli. Quella ragazzina che ha risposto che la matematica è pesante perché bisogna essere ordinati, non ha torto perché l'ordine non è solo quello di scrivere i numeri in modo corretto perché è un simbolo ufficiale e non possono essere trasformati. I simboli ufficiali vanno rappresentati correttamente, invece a volte la grafia non si legge.

Lo zero nella linea dei numeri si vede bene andando all'indietro, si vede bene il punto di arrivo e il tratto percorso. Come si fa? La linea si fa con la farina, con un pennarello, il bambino la percorre da un punto e arriva all'altro stadio. Qual è il tratto che ha fatto? Perché in effetti il tratto è uno però è dove finisce il tratto che io scelgo di segnare quel punto attraverso il numero uno. E' una convenzione, ma è fondamentale perché poi tra zero e uno ci sono infiniti decimali cioè occorre vedere bene la struttura. Ecco perché nel processo di recupero io comincio dai numeri naturali perché intanto si susseguono ordinatamente ma non è vero che tra due numeri naturali ce ne è sempre uno nel mezzo. Tra due numeri decimali o irrazionali ce ne è sempre uno nel mezzo, sono due insiemi densi, mentre i numeri interi non lo sono. Acquisire questa proprietà è importante. Nel momento che ho capito che i numeri rappresentano quantità, nel loro insieme i numeri sono ordinati (uno precede, uno segue): se un bambino deve contare 5 caramelle e aggiungo 7 caramelle, se dico a sette caramelle ne aggiungo cinque e il bambino comincia a contare dall'inizio non ha costruito l'idea perché se l'unità è sette, quella successiva è otto.

La linea dei numeri è un altro modo per rappresentare, abbiamo visto il modo dei simboli per rappresentare i numeri che rappresentano quantità, è l'indice di una quantità, è la proprietà che accumuna a raggruppamenti che si corrispondono biunivocamente. Tutti gli insiemi che hanno tanti oggetti conti io dico che hanno la proprietà che chiamo uno, hanno una proprietà fra loro e questa proprietà è una quantità che chiamo uno. Quindi uno linguistico è il nome della quantità, la quantità è una proprietà che chiamo uno, la proprietà che è posseduta da oggetti (tappino, foglio di carta,..). La linea dei numeri è uno strumento molto potente perché

si presta a raccogliere tutti i numeri e non è un caso perché i numeri reali sono nati dalla geometria, dalla diagonale del quadrato, dalla scuola pitagorica che aveva come suo fondamento teorico il numero, principio di tutte le cose. Ci sono voluti tanti secoli prima di chiarire il concetto di numero reale in maniera rigorosa. Che rappresentazione è? È una rappresentazione geometrica perché parte da una linea che non è detto che debba essere dritta, può essere ondulata (non chiusa, perché la circolarità è propria di un'aritmetica modulare che torna su se stessa e a livello percettivo, al secondo giro, non la vedo più). Tornando indietro, il calendario con i giorni allineati, è il primo passo verso la linea dei numeri, è una linea che termina mentre la linea dei numeri va avanti senza fermarsi mai. È uno strumento versatile perché si presta a quantità discrete (i numeri suddivisi in quantità), continue (non si riesce a distinguere i vari componenti, spazio lineare, del tempo, non ci sono interruzioni nel tempo), mentre anche le quantità possono essere discontinue, è versatile, efficace per indicare una azione che si ripete. Ho fatto il primo passo interessante dal punto di vista cognitivo perché ciò che si ripete, il compleanno è alla fine di un anno che è stato percorso, 10 anni, 11 anni,.. Questa analogia per esempio può consentire la discriminazione tra discriminazione e difficoltà, traguardi ed operatore. Lo zero è una convenzione, torno indietro di un passo, torno indietro di un passo,... da dove ho cominciato, non ho fatto nessun passo, è lo zero, lo zero come la non quantità.

È molto importante come fatto educativo che riguarda la relazione con l'altro educare i ragazzi ad avere una calligrafia che l'altro può leggere oltre che per se stessi. Poi c'è la personalizzazione della calligrafia che avviene con gli anni ed è anche bello che ciascuno abbia la sua calligrafia. La rappresentazione quando è ufficiale deve essere coerente con la forma ufficiale. In un lavoro fatto alla scuola materna avevamo realizzato delle tessere di creta con i numeri e i bambini passavano il dito nella scanalatura (10 cifre) e tessere di cartone con la sabbia fissata con vinavil e si percorre il segno del numero con il dito. C'è movimento e azione, l'esperienza tattile essendo analitica e non sincretica perché se vedo il segno cinque affiancato ad una quantità (la scatola del cinque) formo l'immagine mentale del cinque ma non è la stessa immagine che formo se lo percorro, anche bendando il bambino ed esaltando così il senso tattile e riconoscendo il segno dal movimento; l'essere bendati intriga, ma all'età giusta, quattro o cinque anni, il bambino l'accetta perché è l'età giusta per il movimento, è il periodo che la Montessori chiama periodo sensitivo vuol dire che il soggetto è naturalmente predisposto a quella intuizione e siccome è predisposto si genera la motivazione, (lo faccio volentieri). A fine anno utile per la verbalizzazione allestire una mostra con tutti i materiali e il bambino racconta. Un numero è riconosciuto quando lo so leggere; oggi 413 viene spesso letto quattro, uno tre e non quattrocento tredici. Integrazione, rappresentazione formale è il nome in sé, la rappresentazione del significato e corrisponde alla rappresentazione simbolica del numero. Quindi c'è una comprensione nel senso della natura dell'essenza del numero in quanto concetto e c'è una comprensione della rappresentazione simbolica. Con questa frase non si chiude l'argomento della simbolizzazione dei numeri perché poi arriva la virgola. Perché chiamiamo i nodi concettuali difficoltà? Sono difficoltà non tanto del ragazzo ma difficoltà per i matematici della comunità scientifica, nodi da svolgere, nodi e numero che si riferiscono a proprietà. Con questa parola rappresento una proprietà, la regola della struttura dell'insieme dei numeri naturali, il successivo un numero in più, il precedente un numero in meno, molto importante perché già un numero si riferisce ad una proprietà di un insieme. Quando guardo la struttura, sto guardando tutto l'insieme, tutti i numeri quindi sono a un livello ancora più alto. Il livello posizionale rappresentato nella rappresentazione simbolica richiede poi un altro concetto grande, una grande idea: l'operare, non il calcolo in sé. In questo periodo ho trovato uno dei modi di fare la moltiplicazione: un metodo indiano che risale alla tradizione dei Veda, la moltiplicazione vedica. Poi c'è la moltiplicazione degli Incas, galera. Il sistema posizionale richiede il concetto di base. Alcune difficoltà sono coscienti, la cosa importante è la consapevolezza del ragazzo. Ricordare: gli oggetti sui quali i ragazzi lavorano sono i simboli. Molto utile è il materiale montessoriano e l'intuizione di Maria Montessori è stata quella di progettare quantità di materiale anche per le operazioni che davvero facciano vivere l'esperienza sensoriale prima dell'espressione verbale e senza dubbio molto prima della simbolizzazione. Dobbiamo avere chiaro la costruzione, il cosa vedi perché ha a che fare col senso. "Cosa vedi?" i bambini pensano che $\frac{3}{4}$ non sia un numero perché sono due numeri separati da una sbarra; $\frac{3}{4}$ ora è visto come un operatore ma difficilmente è visto come un numero e in una indagine che ho fatto personalmente quelli evoluti dicono che è una divisione

ma chi mi dice che $\frac{3}{4}$ è una divisione. è la stessa risposta di chi dice che $3+5$ è un'addizione; ma non è vero perché $3+5$ è una scrittura che rappresenta un numero. In questa scrittura non devo dire segno ma simbolo. Pensate sempre che quando io chiedo che cosa vedi sto andando alle immagini mentali e le immagini mentali sono collegate, sono la piattaforma dove si regge il concetto quindi se a livello di immagine mentale troviamo una incongruenza senza dubbio c'è nel concetto.

Nella scuola dell'infanzia è importante lavorare sul calendario (ordinamento dei giorni, ...), sulle monete (ordinare monete, confronto del valore, composizione e scomposizione con oggetti utilizzando il linguaggio seriale). La conta non va sottovalutata ha un ruolo fondamentale. Scrivi o disegna: Cos'è una decina? è una domanda preziosa. Come vedi il numero 34? E 19? Perché 19? Qualcuno può anche dire $20-1$. Come è fatto il numero 150? Come hai fatto a calcolare $50+20$? Si può anche pensare 50 come 5 decine e poi altre 2 decine. Mi farebbe piacere come l'altra volta lasciarci con un percorso: il passaggio più interessante potrebbe essere quello sui numeri decimali, cioè il passaggio dai naturali ai decimali e potrei fare un tentativo di scandirlo in fasi precise anticipando due cose: gli algoritmi devono seguire l'esperienza, l'algoritmo deve essere lasciato un po' alla creatività del ragazzo. I ragazzi accettano i numeri decimali perché si comportano un po' come i naturali nella rappresentazione posizionale e tendono a trattarli come se fossero naturali. Poi si va verso un livello di difficoltà maggiore dove il linguaggio naturale richiede l'uso del simbolo, occorre sentire il bisogno di quella condizione e lo sforzo per procurarlo, mi ricollego alla matematica che non va data come rifinita (il caso delle quattro operazioni calza perfettamente in questo ambito). Li dobbiamo lasciar provare un po', si hanno delle risposte interessanti, poi si propone un algoritmo o anche raccontare che questa moltiplicazione veda ha una spiegazione sia aritmetica (proprietà distributiva) e geometrica.

IV INCONTRO


UN INCONTRO CON I NUMERI

UNITA' DI LAVORO
Classe Prima
Scuola Primaria



Alessandra Berardi

Premessa: quando i bambini fanno il loro ingresso nella scuola primaria hanno già acquisito una certa familiarità con le cifre e una certa competenza nell'associare le cifre ai nomi dei numeri.



I percorsi didattici debbono partire dalle concezioni e dalle conoscenze più o meno spontanee dei bambini, anche per poterle correggere e completare.



MAPPA CONCETTUALE

NUMERO = ENTITA' ESPRIMENTE QUANTITA'

con funzione di conteggio
calcolo
numerazione

simbolizzazione

realtà
pratica

rappresentata con modalità variabile nel tempo e nello spazio

Obiettivo formativo:
acquisire conoscenze e competenze per affrontare successivi percorsi educativi (dal numero parte tutto) e per un positivo inserimento nella realtà sociale.

Conoscere la percezione che i bambini hanno sul concetto di numero

Che cosa sono i numeri?

Dove li vedi?

A cosa servono i numeri, secondo te?

Tu cosa fai con i numeri?

Ti sembrano utili? Perché?

Sai quanti sono?

Quali numeri conosci?

Fino a quanto sai contare?



ATTIVITA' LUDICA

Partendo da un bambino, a turno, ognuno dice il numero successivo, fino a quando qualcuno non sbaglia o non sa andare avanti. Per poter continuare il gioco il bambino che sbaglia o non sa continuare, può chiedere aiuto ad un compagno di classe dicendo: «Aiuto...». Ogni bambino può essere chiamato in aiuto una sola volta.

Si continua a giocare fino a quando il gioco perde di interesse o nessuno sa continuare. L'insegnante interviene il meno possibile, per valutare meglio le capacità di ogni singolo bambino e per individuare le eventuali difficoltà dei singoli.



1) Consolidare e allargare le competenze preliminari alla costruzione del concetto di numero



Scrivi i numeri che conosci.

Qual è il numero più bello del mondo? Di che colore è?

Disegnalolo.

Qual è il numero più grande del mondo? Di che colore è?

Disegnalolo.

Socializzazione

Una finta televisione costruita con il cartone.



“ A caccia di numeri” in classe, a scuola,.....

.....6 8 38 89 97 100 240 564 789.....

- Lo "0" non deve essere posto all'inizio della striscia di carta, per dar modo ai bambini di poter pensare (in futuro, quando ciò avverrà spontaneamente) che ci sono "altri" numeri al di qua di quello "0".

-Non dimenticare di lasciare spazio fra un numero ed un altro, perché, se un bambino dovesse portare "da fuori" qualche numero con la virgola (possibilissimo ormai con i prezzi in euro e centesimi), deve trovare un posto. Non analizzarlo, per il momento; dargli solo un posto approfittando dell'analogia con i valori delle monete.

Quando sorgono domande da parte dei bambini, legate al desiderio di conoscere, l'insegnante risponde e si appunta quali curiosità sono emerse.

-La linea verrà poi aggiornata a mano a mano che la classe procede con le attività.

2) Memorizzare la sequenza numerica e la corrispondente rappresentazione con le cifre

Calendario murale da usare per registrare le assenze mensili dei bambini.



Si costruisce con una tabella a doppia entrata dove nella prima colonna a sinistra vengono posizionati i nomi delle bambine e dei bambini e nella prima riga in alto il numero del giorno.

La presenza viene segnata con un pallino, l'assenza con una crocetta.

Sopra alla tabella a doppia entrata si attaccano, utilizzando il velcro, i nomi dei giorni della settimana e dei mesi dell'anno. In una scatola a parte vengono inseriti i cartellini dei numeri da uno a trentuno, sempre muniti di velcro. Ogni mattina i bambini sceglieranno il nome del mese assieme al numero e al nome del giorno e lo attaccheranno accanto alla scritta "OGGI E'"

L'uso quotidiano del calendario potrà aiutare a:

- memorizzare la sequenza numerica dei numeri e la corrispondente rappresentazione con le cifre;
- utilizzare lo strumento della tabella a doppia entrata;
- perfezionare l'abilità del contare attraverso il conteggio quotidiano di presenze e assenze.

ATTIVITA' LUDICA



Dispone i bambini in ordine sparso lasciando spazio tra un bambino e l'altro. Un bambino con un fazzoletto in mano passa tra i compagni contando lentamente e a voce alta fino a quando cede il fazzoletto ad un altro che, preso il fazzoletto, dovrà continuare a contare da dove era rimasto il compagno.

Variante: dare al bambino non un fazzoletto ma una bacchetta: da un lato blu e dall'altro rosso e inserire la regola "vai avanti se riceverai la bacchetta dal lato blu, vai indietro se riceverai la bacchetta dal lato rosso". Il gioco può essere fatto ad eliminazione e se la classe è troppo numerosa possono essere organizzati due gruppi che giocano distintamente e in contemporanea.

Mostra ai bambini 10 cartoncini riproducenti i simboli numerici da 1 a 10 e chiede:

"Che cosa vi viene in mente con uno?"

"Che cosa vi viene in mente con due?"

"Che cosa vi viene in mente con tre?"

.....fino a 10.

Annota tutte le risposte alla lavagna.

1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

3) Acquisire la consapevolezza che nel contare si incontrano i tre aspetti del numero (ricorsivo, ordinale e cardinale) che interagiscono tra loro.



- Nel contare degli oggetti il bambino deve organizzare dal punto di vista percettivo gli oggetti, metterli in fila (e quindi ordinarli), coordinando questa attività con la riproduzione della sequenza verbale dei numeri.
- Le difficoltà nel contare hanno origine da questo coordinamento: contare bene significa essere capaci di mettere in corrispondenza biunivoca i singoli oggetti con i nomi dei numeri, senza trascurare nessun oggetto e senza considerare uno stesso oggetto più volte.

-Portare a scuola piccoli oggetti, una certa quantità per tipologia



Domanda:

«Abbiamo raccolto molto materiale come possiamo fare per organizzarlo in modo da poterlo conservare e usare con più facilità?»

«Come potremo chiamare tutto questo tesoro?»



E' necessario stimolare per tempo i bambini ad usare quegli accorgimenti che prima o poi tutti adottiamo per contare collezioni di oggetti piuttosto numerose:

- Se gli oggetti sono mobili spostarli via via che sono stati contati
- Se sono grandi e fissi applicarvi un segnale
- Allinearli, se possibile, in modo da contare il primo e procedere con ordine
- Se si tratta di disegni, spuntarli con una matita e procedere con ordine dall'alto verso il basso o da destra a sinistra.

4) Far emergere la consapevolezza che il risultato del contare gli oggetti è una proprietà dell'insieme (la sua cardinalità) ed è necessario liberare la procedura dalle caratteristiche accessorie degli oggetti (forma, dimensione, colore,.. e dalla loro collocazione nello spazio.

Le attività da proporre alternano momenti collettivi a momenti personalizzati, e sono articolate in tre passi:

- contare una collezione di oggetti;
 - modificarne la disposizione nello spazio;
 - porre il problema di quanti siano gli oggetti dopo la trasformazione effettuata.
- I bicchieri: prima molto vicini l'uno all'altro, poi lontani l'uno dall'altro; cercare altre disposizioni: a torre, in fila,....
 - Le sedie: disporre al centro dell'aula alcune sedie (allineate, sparse, in cerchio, vicine, lontane,... chiamare un bambino e far sedere i compagni: sono di più le sedie, sono di più i bambini, sono tanti quanti,....



Disporre 5 pupazzi e 5 noci:

- affiancati P N

P N

P N

P N

P N

P N

P N

P

N

P

N

P

N

P

N

P

N

P

N



Sono di più i pupazzi? Sono di più le noci? Sono tanti quanti?

I bambini che non riconoscono che la quantità è rimasta la stessa devono essere invitati a contare di nuovo, e a ripetere esperienze analoghe. Le attività del contare devono sempre essere verbalizzate: l'insegnante deve stimolare i bambini a descrivere ciò che stanno facendo e soprattutto a spiegare i perché delle loro risposte.

Costruire insieme con la stessa quantità di oggetti



Prendere due sacchetti trasparenti, uno stretto e lungo e l'altro largo e corto, e una grande quantità di oggetti tutti uguali, per esempio tappi; ad un segnale dell'insegnante un bambino metterà un tappo in un sacchetto e contemporaneamente un altro bambino metterà un tappo nell'altro sacchetto; dopo un po' si chiede "dove ci saranno più tappi?" Quando tutti avranno dato una risposta si chiede il perché; si può continuare ad aggiungere tappi e dopo ripetere la domanda.

Verificare che i due insiemi abbiano la stessa quantità di elementi. Questa attività può essere ripetuta più avanti, e in classe seconda; i tappi potranno essere sia aggiunti che tolti e non solo ad uno ad uno ma anche a piccoli gruppi.

Contare con le mani

L'uso delle mani per contare costituisce

una pratica da proporre in modo costante nelle tappe successive. Si può introdurre a partire da questo momento nel contare oggetti, persone, azioni, ma più avanti potrà essere utilizzato per indicare i numeri e per svolgere le prime operazioni su di essi.

Secondo Bickel: "Riteniamo utile che i bambini adoperino le mani a cui possono riferirsi come ad un abaco portatile particolarmente efficace. La mano con tre dita alzate contiene molta più informazione di tre pallini disposti in modo anche ordinato sul tavolo o sul foglio. Infatti essa presenta anche le due dita abbassate."

Questa pratica deve affiancare altre attività e altre rappresentazioni, non essere quella prevalente. In ogni caso essa ha una valenza solo temporanea e deve essere progressivamente sostituita da rappresentazioni più formalizzate dei numeri e delle operazioni e da strumenti di calcolo con maggiori potenzialità.



Organizzare attività di gruppo per contare con le dita le battute delle mani o altri suoni; al termine di ogni conteggio bambino dovrà mostrare la posizione delle mani e dire il numero ottenuto.



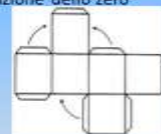
La signora e gli starnuti- Inventare brevi storie da drammatizzare in cui sia necessario contare con le mani, come per esempio: una strana signora ha l'abitudine di andare sotto le finestre a contare gli starnuti ...

I bambini a turno interpretano i personaggi delle storie e contano con le mani. Invitare i bambini a rappresentare sul quaderno la storia facendo in modo che si evidenzino le quantità.



IL DADO. Rappresentazione simbolica del numero.

Costruire con del cartoncino bristol colorato un dado con le facce di un dm quadrato. Il dado deve rappresentare i numeri da uno a cinque, in modo da possedere una faccia vuota, che prepara l'introduzione dello zero.



Sulle facce del dado i numeri sono rappresentati da pallini neri. Si gioca a prevedere il numero che verrà o a leggere il numero senza contare i pallini neri.

In un grande spazio (palestra, corridoio,.....), utilizzando i cerchi dell'attività motoria, si costruisce un percorso con una partenza e un arrivo. Nei cerchi l'insegnante inserisce alcuni simboli tipici del gioco dell'oca, corrispondenti a delle istruzioni: oca - per raddoppiare, semaforo - per stare fermi un giro, freccia - per tornare indietro. Divide la classe in squadre di quattro o cinque bambini ed organizza un piccolo torneo: invita i bambini ad usare il dado precedentemente costruito e a spostarsi sul percorso.

-Fatto il gioco e tornati in classe i bambini rappresentano con il disegno l'attività svolta.



5) Far scaturire la necessità di organizzare una collezione di oggetti: intrecciare e collegare le diverse attività del contare oggetti, del confrontare insieme e del rappresentare i numeri.

Ordine nel tesoro del Capitano Numerone - Dare a ciascun bambino un po' di oggetti presi dai vari contenitori (sogni), facendo in modo che ciascuno abbia tre o quattro tipologie di materiale con collezioni variabili da uno a cinque oggetti.

Chiedere a ciascun bambino individualmente di fare ordine, utilizzando dei sacchetti trasparenti.

I bambini divideranno di nuovo gli oggetti per tipologie mettendo il materiale nei sacchetti.

Ciascun bambino dovrà rappresentare sul quaderno i propri sacchetti facendo attenzione al numero di oggetti in essi contenuti.



Preparare delle scatole nelle quali inserire i sacchetti con lo stesso numero di oggetti (equipotenti). Attacca su ogni scatola un cartellino che riporti la cifra corrispondente alla quantità di oggetti nei sacchetti e, da una parte, la rappresentazione sulla faccia del dado "Che nome potremo dare alle scatole?"



Proporre ai bambini di scegliere un sacchetto fra quelli inseriti nelle scatole da 1 a 4 e chiede loro di contare gli oggetti che vi sono contenuti.

-Invitare i bambini ad aprire il sacchetto e AGGIUNGERE 1 oggetto. Proporre di contare di nuovo gli oggetti contenuti nel sacchetto esplicitandone il numero.

- Rappresentare sul quaderno l'attività svolta disegnando prima i sacchetti e poi le facce del dado.

Periodicamente proporre ai bambini attività di rinforzo: disegnare sulla lavagna o direttamente sul quaderno o su scheda delle situazioni del tipo " ... AGGIUNGO ... OTTENGO ... " sia con il disegno degli oggetti che con la loro rappresentazione simbolica come sulle facce del dado"



Consegnare ad ogni bambino un cartoncino che riporti la faccia del dado che equivale a 5, con le palline bianche, non colorate di nero,

e proporre ai bambini il seguente gioco:

"Metto un tappo sopra una pallina della faccia del dado, quanti tappi mi mancano per arrivare a tre?", e ancora "Metto due tappi sulla faccia del dado, quanti tappi mi mancano per arrivare a 3?", ecc.."

Proporre ai bambini di scegliere un sacchetto fra quelli inseriti nelle scatole da 1 a 4 e chiede loro di contare gli oggetti che vi sono contenuti. TOGLI 1 oggetto. Propone di contare di nuovo gli oggetti contenuti nel sacchetto esplicitandone il numero.

"Prendiamo un sacchetto dalla scatola del 3"....."Cosa succede se togliamo da questo sacchetto i tre oggetti che vi sono contenuti?".....

"Ora prendiamo un sacchetto dalla scatola del 4".....e così via. Si ottengono in questo modo diversi sacchetti vuoti per cui è necessario costruire una nuova scatola la "scatola del numero zero"; su di essa fa attaccare la faccia vuota del dado e la cifra araba.



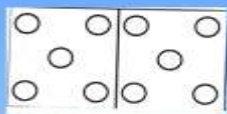
- Disegnare sul pavimento dell'aula con del nastro adesivo colorato delle caselle di uguali dimensioni, sufficientemente grandi perché i bambini possano starvi sopra in piedi; su ogni casella disegnare in un angolo il numero corrispondente.

-Chiedere ai bambini di muoversi lungo tale linea passando da una casella all'altra, senza uscire dal percorso, secondo una delle seguenti regole:.

fare un passo avanti, due passi avanti, tre passi avanti ..., contandoli ad alta voce; fare un passo indietro, due passi indietro, ecc. .



6) Completare la decina con l'introduzione dei numeri corrispondenti alle cifre in modo diverso rispetto a quello adottato in precedenza



L'abaco orizzontale – È un abaco individuale composto da una cartellina di cartone rigido di 5 cm x 10 cm. Dividerla con un tratto di pennarello in due parti di 5 cm x 5 cm, ciascuna delle quali rappresenta una mano, e in ognuna di esse disegnare cinque cerchi disposti secondo lo schema già utilizzato per le facce del dado. Sui cinque posti così segnati i bambini potranno disporre gettoni o altri oggetti da contare: i posti occupati equivarranno alle dita alzate, i posti liberi alle dita abbassate.

Presentare ai bambini l'abaco così costruito dopo averli invitati a disegnare le loro mani, prima una, poi entrambe in modo da permettere loro di rilevare la corrispondenza fra il valore di ogni mano e i cinque cerchi disposti in ognuna delle due caselle dell'abaco.

Aggiungo-ottengo sull'abaco orizzontale

Usare la cartellina/abaco già costruita per eseguire piccole somme entro il dieci, seguendo la regola di riempire sempre la prima casella a sinistra, o prima mano. La cartella piena corrisponderà ovviamente alle due mani con tutte le dita alzate, ossia alla prima decina. Per eseguire le prime somme si gioca a lanciare il dado usando inizialmente i termini AGGIUNGO/ OTTENGO già conosciuti dai bambini. Si procede così:

- lanciare il dado e disporre tanti gettoni quanti ne indica il dado nella prima cartella dell'abaco;
- disegnare sul quaderno la cartellina/abaco e colorare nella prima casella del disegno dell'abaco tanti cerchietti blu quanti sono i gettoni;
- procedere al secondo lancio del dado e aggiungere sulla cartellina/abaco tanti gettoni quanti ne indica il secondo lancio;
- colorare sul disegno dell'abaco eseguito nel quaderno tanti cerchietti rossi quanti sono i gettoni aggiunti sempre rispettando la regola di completare il riempimento della casella a sinistra prima di passare all'altra.

Attacca al grembiule di undici bambini un cartellino con uno dei numeri da 0 a 10; spiega che a turno uno degli undici alunni si posizionerà al centro di una delle pareti dell'aula mentre l'insegnante pronuncerà di volta in volta le frasi: "il numero che viene prima è..." oppure "il numero che viene dopo è..."



Varia il gioco chiedendo a due degli undici bambini di mettersi al centro della parete e pone la domanda "qual è il numero che sta nel mezzo?"

7) Costruire operazioni (addizione e sottrazione) sull'abaco orizzontale passando dall'aggiungo al simbolo dell'addizione e dal tolgo a quello della sottrazione

Far scoprire ai bambini come usare la cartellina abaco per eseguire le sottrazioni entro il 10, sempre ricorrendo al lancio dei dadi.

- prima lanciare 2 dadi e poi solo uno che indicherà la quantità da sottrarre, cancellare con una x nel disegno dell'abaco eseguito sul quaderno tanti cerchietti quanti sono i gettoni tolti.

Formare gruppi di due bambini ai quali propone di allenarsi a individuare le coppie di addendi di un numero per esempio il 5. A turno un bambino indica per primo con le dita un numero uguale o minore di 5 pronunciandone il nome, per esempio il numero "tre". Il compagno dovrà abbinare il complemento a 5 di 3 mostrando 2 dita.

-Costruire con i bambini dieci carte da gioco che riportino la rappresentazione dei numeri da 1 a 10 con le facce del dado.

Disporre i bambini a coppie con dieci carte per ciascun bambino. Un bambino, a turno, stabilisce il numero da formare e sceglie per primo una carta alla quale il compagno abbinerà la carta complementare.

Aiutare ciascun bambino a costruire una linea dei numeri su cartoncino di dimensioni tali da permettere ai bambini di muovere un piccolo pupazzo su di essa. Invitare a prendere il dado e illustrare le fasi del gioco:

- si lancia il dado una prima volta e ogni alunno, partendo da 1, fa compiere al proprio pupazzo tanti passi sulla linea quanti ne indica il dado;
- sul quaderno ognuno disegna la linea dei numeri e usando una matita colorata segna su di essa i passi compiuti dal pupazzo;
- si lancia il dado una seconda volta e ognuno di voi sposta ancora il pupazzo sulla linea, in avanti di tanti passi quanti ne indica il secondo lancio;
- sul quaderno si aggiungono ai passi già segnati i passi corrispondenti al secondo lancio usando una matita di diverso colore;
- sotto alla linea si riporta la traduzione simbolica di quanto eseguito: ad es. $3+2=5$

Proporre un gioco con i dadi e la traduzione successiva sul quaderno delle azioni compiute nel corso del gioco.

- si lanciano due dadi e ogni alunno posiziona il proprio pupazzo sulla linea dei numeri che ha sul banco ponendolo sul numero corrispondente a quello indicato dal lancio dei due dadi;
- sul quaderno ogni bambino disegna la linea dei numeri e usando una matita colorata disegna un pallino sullo stesso numero in cui è posizionato il pupazzo;
- si lancia una seconda volta usando un solo dado e ciascun bambino sposta il pupazzo sulla linea, indietro di tanti passi quanti ne indica il secondo lancio;
- sul quaderno, sempre con una matita colorata, partendo dal pallino disegnato, si rappresentano tanti passi indietro quanti ne ha compiuti il pupazzo dopo il secondo lancio
- sotto alla linea si riporta la traduzione matematica di quanto eseguito: ad es. $8-3=5$

8) Esplorare i numeri da undici a venti utilizzando i diversi strumenti e le diverse rappresentazioni usate per operare con i numeri entro il 10.

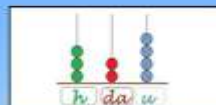
Prolungare la linea dei numeri sul banco: eseguire individualmente semplici calcoli di addizione e sottrazione facendo muovere sulla linea di cartone il pupazzo

Sulla linea del cartellone dei numeri: osservare se ci sono i numeri da 11 a 20

Con l'abaco orizzontale: formare i numeri da 11 a 20 scrivendoli in cifre e lettere. Eseguire addizioni e sottrazioni con due abacchi a coppie

Contare raggruppando : "Trova un modo per contare gli oggetti senza doverli contare uno per volta". I bambini, lavorando a coppie, dovrebbero orientarsi a fare gruppi dello stesso numero di oggetti (tre, quattro, cinque,...).

Propone la costruzione dell'abaco ad aste per ogni bambino.



Si tratta di uno strumento didattico molto utile per comprendere il significato posizionale delle cifre e per acquisire consapevolezza degli algoritmi del calcolo. Il suo utilizzo si spingerà fino alla rappresentazione e alle operazioni sui numeri decimali. Ogni bambino dovrà possedere un abaco ad aste.

9) Prendere *consapevolezza* dell'intero lavoro svolto.

Invitare gli alunni a riguardare le rappresentazioni effettuate sul quaderno e su cartelloni.

Chiedere:

Ti è piaciuto questo lavoro sui numeri?

Quale attività in particolare?

Che cosa ti è sembrato difficile?

A che cosa è servito il lavoro fatto?

Ti è venuta in mente qualche altra attività che ti sarebbe piaciuto fare?



Invita a disegnare l'esperienza più interessante esplicitando il perché.

Testi consigliati per approfondire il tema trattato nell'unità

D. Lucarelli S. Poli A. Molin « *L'intelligenza numerica* » Vol. 1° (3-6 anni; vol. 2° 6-8 anni) Erickson

Anna Contardi e Brunetta Piochi « *Le difficoltà nell'apprendimento della matematica* » Erickson