Formazione Docenti

MATEMATICA

Ricerca - Azione
a.s. 2011- 12

CALENDARIO ATTIVITÀ DI RICERCA -AZIONE A.S.2011-12

Progetto " La revisione dei curricula scolastici in chiave interculturale a sostegno dell'Autonomia Scolastica"

	Data e sede	Orario	Discipline e Soggetti	Attività
SEMINARI	**Venerdì 20 gennaio 2012** **Sede** **Aula Magna** **ISC Nardi** **Porto San Giorgio**	16,30-19,30 3 h	**Matematica** Maria Piccione Università di Siena	**Seminario di Formazione** ***Il concetto di misura nella pratica didattica***
	Giovedì 26 gennaio **Sede** **Aula Magna** **ISC Nardi** **Porto San Giorgio**	16,30-19,30 3 h	**Matematica** Maria Piccione Università di Siena	**Seminario di Formazione** ***Il concetto di misura nella pratica didattica*** **IIParte**
	Venerdì 2 marzo 2012 **Sede ISC Porto San Giorgio**	15,30 - 18,30 3 h	F. Favilli Università di Pisa	***La Misura nel tempo e nello spazio***
	Venerdì 16 marzo 2012 **Sede ISC Porto San Giorgio**	15,30 - 18,30 3 h	Anna Maria Piccione	**Seminario di Formazione** ***La Misura: Unità didattiche a confronto*** Illustrazione di micro unità di lavoro declinata per ordine e grado di scuola (infanzia, primaria e secondaria di primo grado)

	Venerdì 13 Aprile 2012 **Sede ISC Porto San Giorgio**	15,30 - 18,30 3 h	Alessandra Berardi Giovanna Cipollari	Programmazione Laboratorio di verifica
	Venerdì 11 maggio 2012 **Sede ISC Porto San Giorgio**	15,30 - 18,30 3 h	Alessandra Berardi Giovanna Cipollari	Verifica e Documentazione

FORMAZIONE

“Il concetto di misura nella pratica didattica“

Anna Maria Piccione Università di Siena

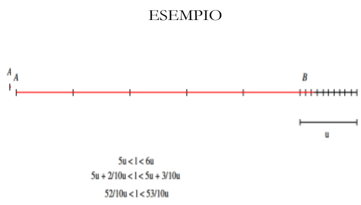
I PARTE

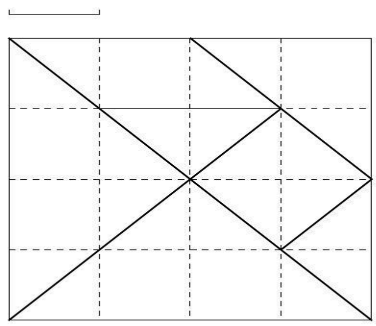
LABORATORIO DIDATTICO **COSTRUZIONE DEL CONCETTO DI MISURA** (slide)	OBIETTIVO DIDATTICO Porre le basi per un uso “scientifico” del procedimento di misura partendo da alcune grandezze fisiche in vista di una generalizzazione ad altre classi di grandezze (biologiche, sociali,…)	IL PROBLEMA DELLA MISURA Riflessioni generali Il **procedimento di misura** è da considerarsi uno **strumento conoscitivo** che aumenta le possibilità di comprendere fatti e fenomeni (non limitato ai campi delle lunghezze, delle aree, dei pesi …) E’ uno dei **procedimenti fondamentali** sia della **conoscenza comune** (fini pratici) che della **conoscenza scientifica** (fini conoscitivi)
Tre domande cruciali **Che cosa** significa ***misurare*** ? **Che cosa** si ***misura*** ? **Come** si opera e si esprime una ***misura?*** ***In senso vago, misurare significa stimare proprietà di oggetti da un punto di vista quantitativo***	MISURA IN SENSO OPERATIVO **MISURE DIRETTE** E’ il procedimento più semplice. Si stabilisce la relazione **“essere minore o uguale”** relativamente ad una qualità di due (o più) oggetti. In tal modo si produce un ordinamento degli oggetti in base alla qualità esaminata. **confronto diretto** **ordinamento** **OPERAZIONE: confronto** **STRUMENTO: uno dei due oggetti**	Confronto tramite un terzo oggetto = due confronti diretti ordinamento **operazione**: confronto. **strumento**: il terzo oggetto, ossia un campione (fornisce la grandezza con cui eseguire i confronti). **condizione sullo strumento**: non variare nel tempo e nello spazio che intercorre tra i due confronti successivi.
MISURE INDIRETTE Si ricorre alla misura di una grandezza “equivalente”, ovvero si sfruttano relazioni con altre grandezze per le quali si dispone di un campione. **CORRISPONDENZA TRA GRANDEZZE** non misurabili direttamente ↔ misurabili direttamente	Il **risultato** di una misurazione diretta, come pure indiretta, può essere **più raffinato** del solo ordinamento. Ci sono essenzialmente due modi per ottenere tale risultato, che dipendono dalla diversa natura delle **grandezze** Puntualizziamo che le grandezze non sono oggetti ma	**I MODO** **Si adotta un campione** di riferimento per la grandezza e **si conta il numero** di volte che il campione è contenuto nella grandezza. **OPERAZIONE**: conteggio. **STRUMENTO**: campione. In tal modo la **MISURA** si

confronto ordinamento **OPERAZIONI**: relazione tra grandezze, confronto. **STRUMENTO**: campione.	**proprietà di oggetti**	esprime attraverso un **NUMERO** e la specificazione del campione usato che rappresenta l' **UNITA' DI MISURA**.
II MODO **Si costruisce una scala** di riferimento per la grandezza (spesso si tratta di una scala empirica) e si **confronta** la grandezza con quelle che caratterizzano i vari livelli della scala in modo da stabilire la posizione della grandezza nella scala stessa. **OPERAZIONE**: confronto, conteggio del livello. **STRUMENTO**: scala.	Le **GRANDEZZE** da un punto di vista strutturale si possono distinguere in: **GRANDEZZE ESTENSIVE** (massa, lunghezza …) variazione ↔ aumento o riduzione di qualcosa nello spazio **GRANDEZZE DI NUMEROSITA'** **GRANDEZZE INTENSIVE** (temperatura, durezza …) variazione ↔ aumento o riduzione di una sensazione **GRANDEZZE DI ORDINE** Si correlano in modo diverso con il numero-misura: **NUMERO CARDINALE** (l'operazione di misura è quella di contare le parti semplici che compongono la grandezza) **NUMERO ORDINALE** (l'operazione di misura è quella di stabilire una posizione precisa in una certa seriazione ≡ scala di riferimento)	ADOZIONE DEL CAMPIONE di misura **arbitrario** (soggettivo) **convenzionale** (oggettivo)
CARATTERISTICHE **PORTATA**: campo che intercorre tra valore massimo della grandezza che lo strumento può misurare e valore minimo. **PRONTEZZA**: tempo impiegato dallo strumento per misurare. **SENSIBILITA'**: capacità di registrare piccole variazioni di grandezza da misurare. **PRECISIONE**: capacità di contenere l'errore in un certo intervallo.	ERRORE nella misura **Non si può misurare senza commettere errori:** • non esistono strumenti "perfetti" (errori sistematici, di scala) • non è possibile eseguire l'operazione in modo "perfetto" (errori accidentali)	**Si può cercare il valore più attendibile della misura di una grandezza** è necessario: **operare varie misure** della stessa grandezza per determinare: • **il valore medio della misura** $m = (m_1+m_2+\ldots+m_n)/n$ • **l'intervallo di variabilità** $a < m < b$
PROBLEMA dell'ERRORE nella misura PROBLEMA dell'APPROSSIMAZIONE del risultato valori per difetto o eccesso di	RELAZIONI TRA ERRORE ↔ DIVERSI TIPI di MISURE (dirette, indirette di grandezze definite dalla relazione con	**CAMPIONI E UNITA' DI MISURA CONVENZIONALI** **1790.** L'Assemblea Costituente affida ad una commissione di scienziati il compito di fissare le unità di misura e costruire (con multipli e sottomultipli) i relativi campioni secondo i

una misura (estremi dell’**intervallo di variabilità**)	altre…) ATTENZIONE nelle approssimazioni: Es. 1,24+ 1,2+ 2,33= 2,3 ——— ——— 3,57 3,5	**requisiti**: • **precisione** (quasi perfetto) • **accessibilità** (facilmente disponibile) • **riproducibilità** (facilmente riproducibile) • **invariabilità** (non sensibile alle variazioni delle condizioni esterne)
1960. La Conferenza Generale di Pesi e Misure adotta il **Sistema Internazionale di Unità** (SI) fissa e definisce le 7 **grandezze fondamentali** e le relative unità di misura con i simboli (lunghezza, massa, tempo, temperatura, intensità luminosa, quantità di materia, intensità di corrente elettrica) da queste si derivano circa 100 grandezze fisiche	**MOMENTI FONDAMENTALI DELL’ATTIVITA’ DIDATTICA** • **Valutazione dell’adeguatezza** del campione scelto in relazione alla possibilità, rapidità, precisione… della misura. • **Uso di un numero di campioni** (uguali) tale da poter ricoprire effettivamente l’oggetto. • **Passaggio da una misura** ottenuta con un campione **ad un’altra** ottenuta con un campione diverso. • **Ripetizione delle misure** e **analisi dei risultati discordanti**. • **Riflessione sul problema dell’incertezza** nella misura • **Scelta di criteri di approssimazione**	**MARCHE** (UNITA’ DI MISURA) • La marca viene dopo il valore numerico, senza punto. • Nell’indicazione delle operazioni è bene usare una **descrizione del procedimento**, anziché le marche o i dati dimensionali.
ES. 1 15 bambini – ogni bambino ha 3 quaderni quanti quaderni? ***q* (3 x 15) = *q* 45 no!** **q** **----3 x 15 b= 45 q sì, difficile!** **b**	**DEFINIZIONE GENERALE DI MISURA** **“[…] nel senso più generale, qualsiasi metodo con cui si stabilisce una corrispondenza univoca e reciproca fra tutte […] le grandezze di un determinato genere e tutti i numeri interi, razionali e**	**GRANDEZZE E MISURA IN SENSO ELEMENTARE** Un insieme G si dice **insieme di grandezze omogenee** se in esso sono date: 1. una relazione binaria ≤ transitiva e tricotomica (a = b o a < b o a > b)

ES. 2 costo del filo 4€ al *m* quanto costano 3 *m*? e 3 *dm*? **4 €/*m* x 3 *m* = 12 €** **4 €/*m* x 3 *dm* = 12 €/*m* x *dm* = 12 €/*m* x *1/10 m = 1,2 €***	**reali secondo il caso. In questo senso generale la misurazione richiede una relazione uno-uno tra tutti i numeri e le grandezze in questione”** (B.Russell, Principia Mathematica	2. una operazione di addizione **+** associativa e commutativa 3. per ogni a, b in G, a ≤ b se e solo se esiste c in G con b = a + c
DEF. **Si dice multiplo di g in G secondo il numero n la grandezza g’ tale che:** **g’ = g + g + … + g = ng** **DEF.** **Si dice sottomultiplo di g in G secondo il numero n la grandezza g’ tale che:** **g’ + g’ + … + g’ = ng’ = g**	**Assioma di Archimede** Date due grandezze omogenee g, g’ tale che g < g’esiste un multiplo della minore che supera la maggiore. **Assioma della divisibilità** Ogni grandezza è divisibile in un qualunque numero di parti uguali. (assicura l’**esistenza** del sottomultiplo	**DEF.** Due classi di grandezze omogenesi dicono **separate** se ogni grandezza della prima è minore (o uguale) di ogni grandezza della seconda. DEF. Due classi di grandezza omogenee si dicono **contigue** se: a) sono separate b) godono della proprietà dell’avvicinamento indefinito.
DEF. **Si dice elemento separatore di due classi di grandezze omogenee una grandezza maggiore (o uguale) di ogni grandezza della prima classe e minore (o uguale) di ogni grandezza della seconda.** **Assioma della continuità** **Due classi separate di grandezze omogenee ammettono un elemento separatore.** **(esistenza dell’elemento separatore)**	**TEOREMA** **Due classi contigue di grandezze omogenee ammettono un unico elemento separatore (unicità dell’elemento separatore).**	In un simile insieme di grandezze si può parlare di **MISURA IN SENSO ELEMENTARE**. Si fissa in G una grandezza u con la quale confrontare tutte le altre. Sia x in G. Sia u < x. Allora esiste n tale che (n-1)u ≤ x < nu. Se risulta x = (n-1)u allora **n-1** è la **misura** di x rispetto ad u (in tal caso la misura è un **numero intero**).
Altrimenti esistono p, q tali che: **(p/q)u ≤ x < ((p+1)/q)u** **Se risulta x = (p/q)u allora p/q è la misura di x rispetto ad u (in tal caso la misura è un numero razionale).** **Altrimenti tale misura è un numero reale r (l’elemento separatore delle classi contigue delle misure delle grandezze minori di x e di quelle maggiori di x).**	**Ciò accade nei ben noti casi in cui si misuri la lunghezza della:** • **diagonale rispetto al lato di un quadrato** • **altezza rispetto al lato di un triangolo equilatero** • **circonferenza rispetto al suo diametro**	PROPRIETA’ La misura così introdotta conserva il confronto e l’addizione, cioè: • se a ≤ b allora m(a) ≤ m(b) • m(a+b) = m(a) + m(b) e naturalmente è positiva o nulla: • m(a) ≥ 0

ESEMPIO  	**La teoria delle grandezze che abbiamo indicato rappresenta l’astrazione matematica più vicina al procedimento di misura in senso operativo.** **Ma tale teoria non esaurisce completamente le questioni legate ai problemi pratici di misura.** **Ci sono le difficoltà relative alla misura delle grandezze intensive, per le quali l’addizione non ha alcun senso fisico, o, in altro ambito, quelle relative alla misura della possibilità di accadere di un evento, di valutare la distribuzione di una popolazione rispetto ad un carattere…)**	Le soluzioni a questi problemi vanno ricercate all’interno delle **teorie di misurazione delle scienze sperimentali** da un lato, di una **teoria più generale della misura**, dall’altro. (Il buon senso suggerisce, ad esempio, che la probabilità di un evento non si può misurare mediante il confronto con un campione o attraverso una scala).
“I secoli scorrono ma…i problemi delle aree e dei perimetri sono sempre attuali!” **(Galileo Galilei)**	**OBIETTIVO SPECIFICO** **Misurare e calcolare il perimetro e l’area delle principali figure piane, avendo consapevolezza della diversità concettuale esistente tra le due nozioni.** **Le nozioni di perimetro, area, volume andranno introdotte, a livello intuitivo, anche per figure irregolari, in modo da svincolare questi concetti dalle formule, le quali vanno viste come semplici strumenti atti a facilitare i calcoli in casi importanti ma particolari.**	**DEFINIZIONI** PERIMETRO lunghezza (estensione lineare) del contorno di una figura piana. AREA estensione superficiale di una figura. VOLUME estensione spaziale di una figura.
AVVIO AL CONCETTO DI PERIMETRO **(momenti di attività didattica)** • **Confronto e misura delle lunghezze di un insieme di linee semplici aperte (procedimento di rettificazione).** • **Analogo per linee semplici chiuse (procedimento di**	**RISULTATO** **La lunghezza totale di una poligonale è uguale alla somma delle lunghezze dei singoli lati.** **Nel caso di poligonali chiuse la proprietà enunciata risolve il problema del calcolo del** **PERIMETRO DI UN POLIGONO**	Il problema della misura e del calcolo della LUNGHEZZA DI UNA LINEA CURVA Si può affrontare solo da un punto di vista pratico mediante: • procedimento di **rettificazione;** • uso del **curvimetro;** • **approssimazione** con una poligonale avente i

“apertura” e rettificazione). • **Analogo per poligonali chiuse (procedimento senza “apertura”)**	**e suggerisce procedimenti abbreviati**	vertici sulla linea; • **approssimazione** con una poligonale avente i lati tangenti alla linea.
In particolare, la **LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA** **(di diametro *d*)** **si calcola attraverso la rettificazione (ottenuta, ad esempio, per rotolamento…) e il confronto tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo** **diametro *d*.**	**Si trova passo dopo passo:** $3d < c < 4d$ $3{,}1d < c < 3{,}2d$ $3{,}14d < c < 3{,}15d$ **Si considera, di solito, come misura della lunghezza della circonferenza la misura per difetto ottenute moltiplicando il numero 3,14 per la misura del diametro rispetto ad una certa unità**	3,14 esprime altresì in modo approssimato il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del diametro. Π è il numero **reale** che esprime tale rapporto. NOTA: Come π, altri numeri reali (…) esprimono ulteriori rapporti particolari.
Per il calcolo dei perimetri e delle aree si raccomanda di non insistere troppo sull’apprendimento dei cosiddetti *numeri fissi* (costanti) attraverso la proposizione di nozioni puramente mnemoniche il cui significato, a questo livello di età, risulta difficilmente comprensibile: per quel che riguarda la presentazione del numero π, sarà sufficiente indicare che esso vale approssimativamente 3,14.	**“ … manipolazioni che conducano ad effettive misure di lunghezza, o di, area, o di altre grandezze fisiche, mettono in rilievo un fatto che si deve sottolineare fin dalla Scuola Elementare: il risultato di certi studi non può essere legittimamente espresso dando un solo numero, intero o decimale che sia, ma dando invece un intervallo. ”** **(André Revuz, 1973)**	**ESPRESSIONI COERENTI CON LE DEFINIZIONI DATE** Esempi: • La misura del perimetro di un quadrato, espressa in centimetri, è 4. • Il perimetro di un pentagono è 10 centimetri. ESPRESSIONI NON COERENTI Esempi: • La misura del perimetro è 8 centimetri. • La lunghezza del perimetro di questo quadrato è 20 centimetri. **Osservazione** : 8 centimetri è una lunghezza
AVVIO AL CONCETTO DI AREA **(spunti didattici)** • **Uso di alcune (4-5) figure base da disporre diversamente. (TANGRAM)** • **Scomposizione di una figura in più parti da ricomporre in modo diverso.**	• **Ricoprimenti di determinate superfici con tassellature diverse.** **ESERCIZIO: costruzione di figure uguali con insiemi di “ pezzi ” diversi.** • **Disegno di figure equiestese su carte reticolate (a maglie quadrate, triangolari, rettangolari,**	**TANGRAM** 

<table>
<tr>
<td>ESERCIZIO: costruzione di figure diverse con gli “ stessi ” pezzi.</td>
<td>rombiche, esagonali …).
• Disegno di una stessa figura su carte reticolate diverse.
ESERCIZIO: riferimento di una figura ad una figura unitaria.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>RISULTATO
L’area di una figura (in particolare un poligono) è uguale alla somma delle aree delle figure componenti.
Nel caso dei poligoni, la proprietà enunciata risolve il problema del calcolo della

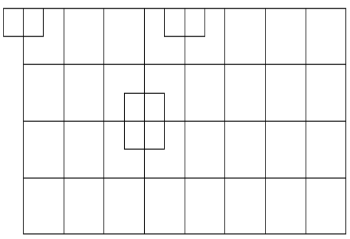
AREA DI UN POLIGONO

A partire da quella del RETTANGOLO (QUADRATO),
del TRIANGOLO, del ROMBO e del PARALLELOGRAMMA, del TRAPEZIO e, infine, dei POLIGONI (in particolare di quelli REGOLARI).</td>
<td>OSSERVAZIONI TEORICHE

Equiscomponibilità
Equiva lenza
(essere
scomponibili
(avere in parti uguali
la stessa area)

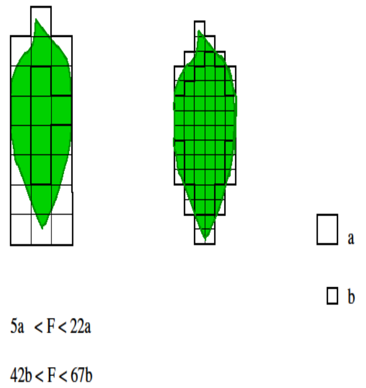
DEF.
Due poligoni si dicono equivalenti quando sono equicomposti.</td>
<td>NOTA: I termini equiscomponibilità e equiscomposizione si usano indifferentemente

TEOREMA La equiscomposizione è una relazione riflessiva, simmetrica e transitiva (simbolo ~).
~ è compatibile con la somma:
se P~Q e R~S allora P+R~Q+S
~ è compatibile con la differenza:
se P~Q e R~S allora P-R~Q-S
Ogni poligono è equiscomponibile con un quadrato.</td>
</tr>
<tr>
<td>CASO DEL RETTANGOLO RETICOLARE



i = numero dei nodi interni alla figura
c = numero dei nodi sul contorno
(*) $\boxed{\text{misura area} = i + c/2 - 1}$
rispetto alla cella unitaria</td>
<td>IN GENERALE
TEOREMA DI PICK (1899)
La misura dell’area di un poligono non intrecciato avente per vertici nodi di un reticolo (a maglie quadrate), poligono reticolare, rispetto alla cella
unitaria è data dalla formula:

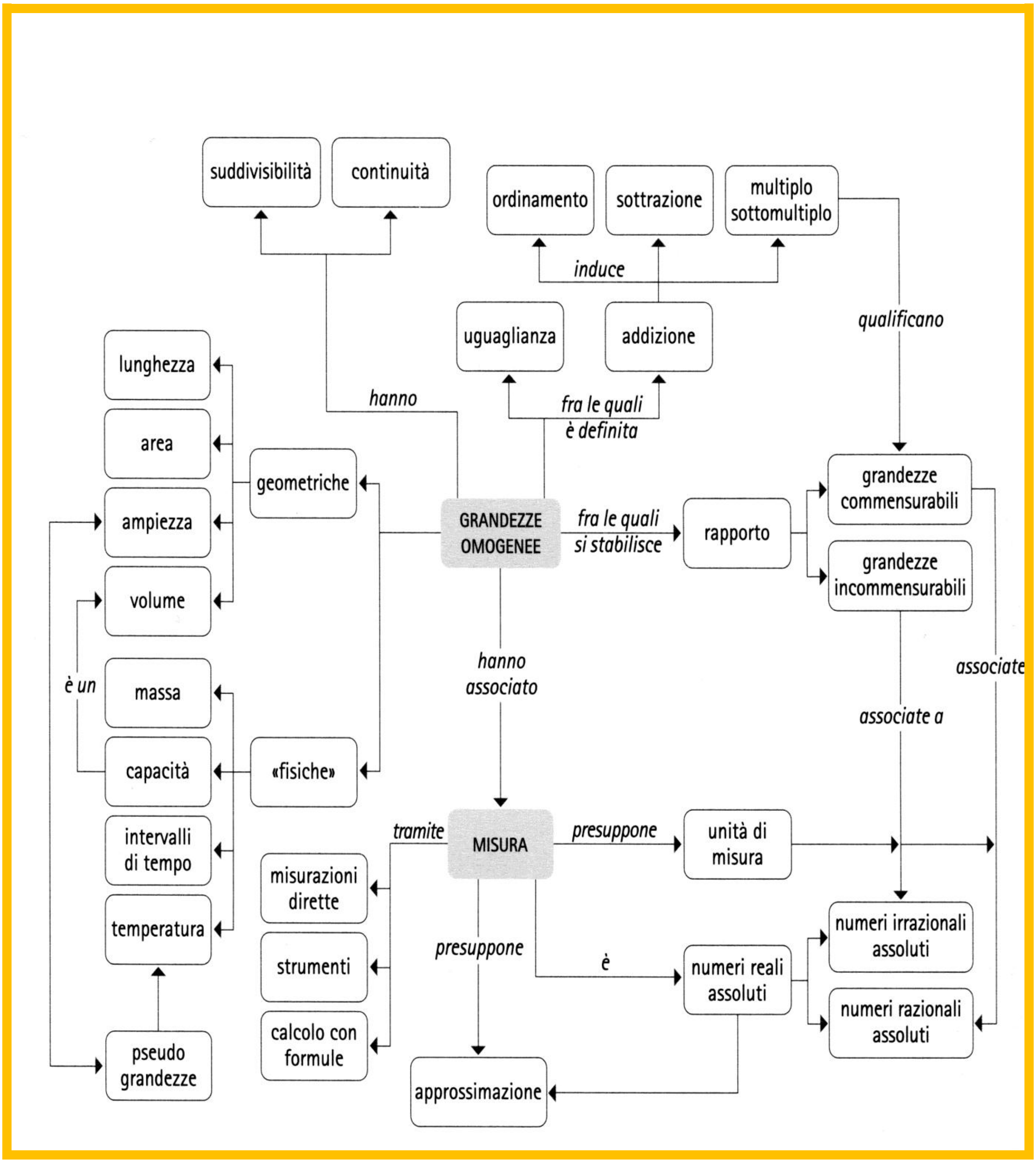
misura area=(i+c/2)-1</td>
<td>Il problema della misura della AREA DI UNA FIGURA NON POLIGONALE
si può affrontare solo da un punto di vista pratico mediante:
uso di carte reticolate;
approssimazione con un poligono avente i vertici sul contorno della figura;
approssimazione con un poligono avente i lati tangenti al contorno;
uso di una bilancia (sensibile)
In particolare, l’AREA DEL CERCHIO (di raggio r) si calcola
con l’uso di carta reticolata o di una bilancia confrontando l’area
del cerchio con quella del quadrato avente il lato uguale al raggio.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Com'è ben noto si trova: **$3q < c < 4q$** **$3{,}1q < c < 3{,}2q$** **$3{,}14q < c < 3{,}15q$**	**Altro esempio : area della foglia**  	**PERIMETRO E AREA A CONFRONTO** **Avere lo stesso perimetro** non comporta **avere** **la stessa area**, e viceversa. • Tra i rettangoli isoperimetrici il quadrato ha area massima. • Tra i rettangoli il quadrato ha perimetro minimo (è il più compatto). • Tra i triangoli isoperimetrici di ugual base quello isoscele ha area massima. • Tra i triangoli equivalenti di ugual base quello isoscele ha perimetro minimo.
DIDATTICA PER CONCETTI **I più recenti modelli didattici fanno riferimento alla teoria dell'apprendimento elaborata da D.Ausubel negli anni Sessanta.** **Essa è essenzialmente caratterizzata da due elementi:** **apprendimento significativo** **e** **concetti organizzatori anticipati**	**L'apprendimento significativo** **è definito dalla condizione che la nuova acquisizione viene collegata e integrata con l'insieme delle strutture cognitive già in possesso dell'individuo, le quali subiscono una riorganizzazione. I concetti organizzatori anticipati sono concetti che forniscono una visione generale della struttura di un certo insieme di contenuti e offrono un quadro di riferimento che consente di collocare e connettere in modo significativo le informazioni che il soggetto va via via acquisendo.**	**Didattica per concetti** significa didattica fondata sulla **individuazione** dei **concetti sui quali si organizza una data conoscenza** e delle **relative connessioni**
L'oggetto tipicamente utilizzato nella didattica per concetti è la **mappa concettuale** **E' una rappresentazione avente la struttura di un grafo orientato utilizzata per esplicitare e visualizzare le relazioni esistenti tra un**	**MODELLO DI DIDATTICA PER CONCETTI (E.Damiano,1995)** **Il modello si articola nelle seguenti fasi:** • **costruzione della *mappa concettuale*** • **svolgimento della *conversazione clinica***	**STRUTTURA DELL' UNITA' DIDATTICA** La programmazione di un'unità didattica richiede • **raccolta delle risposte/considerazioni più significative** • **scelta di esperienze utili a generare il**

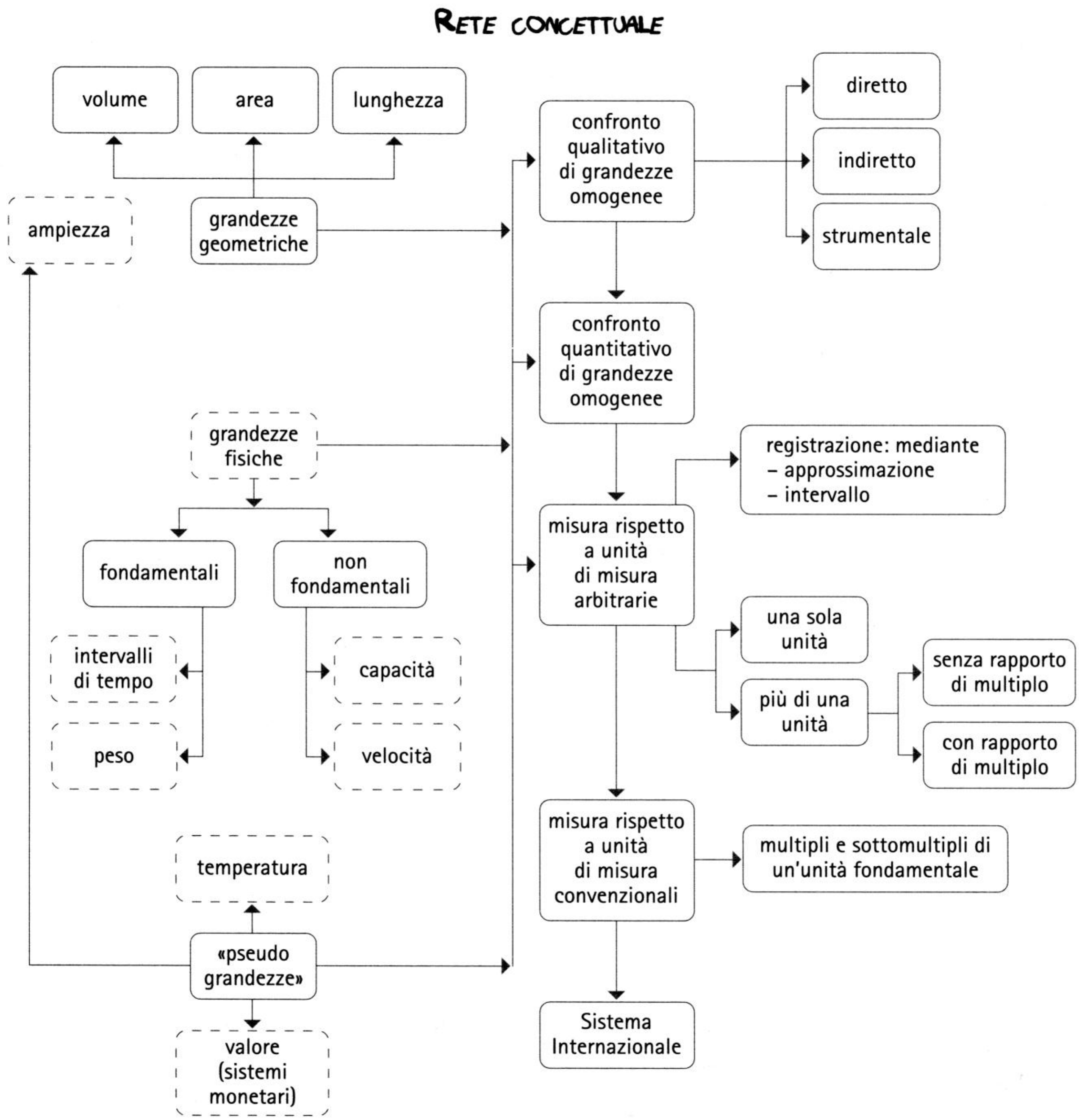
concetto e gli altri ad esso collegati (J.Novak , 1978).	• **elaborazione della *matrice cognitiva*** • **individuazione del *compito didattico*** • **costruzione della *rete concettuale*** • **stesura dell'*unità didattica*** • **attività della *valutazione didattica***	**conflitto cognitivo** • **traccia del lavoro di costruzione concettuale**
Nota. **Gli schemi seguenti relativi al concetto di misura sono tratti dal testo:** **C.C.BOZZOLO, A.COSTA, C.ALBERTI, *Nel mondo della Geometria. La misura,* vol.5, Erickson, 2005**		

SCHEMI

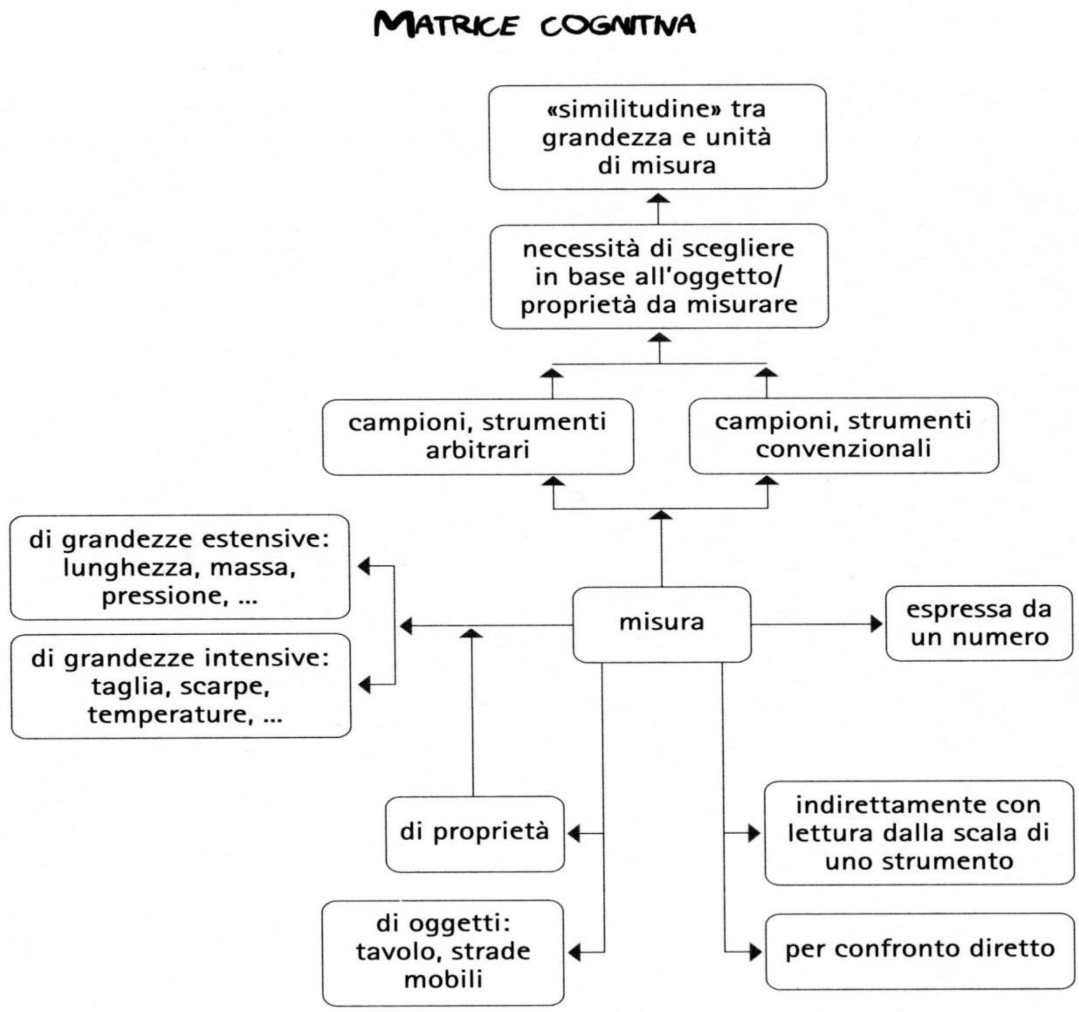
- Mappa concettuale Misura/grandezze omogenee
  - Rete concettuale
  - Matrice cognitiva
- Mappa concettuale area/volume
  - Matrice cognitiva
  - Rete concettuale

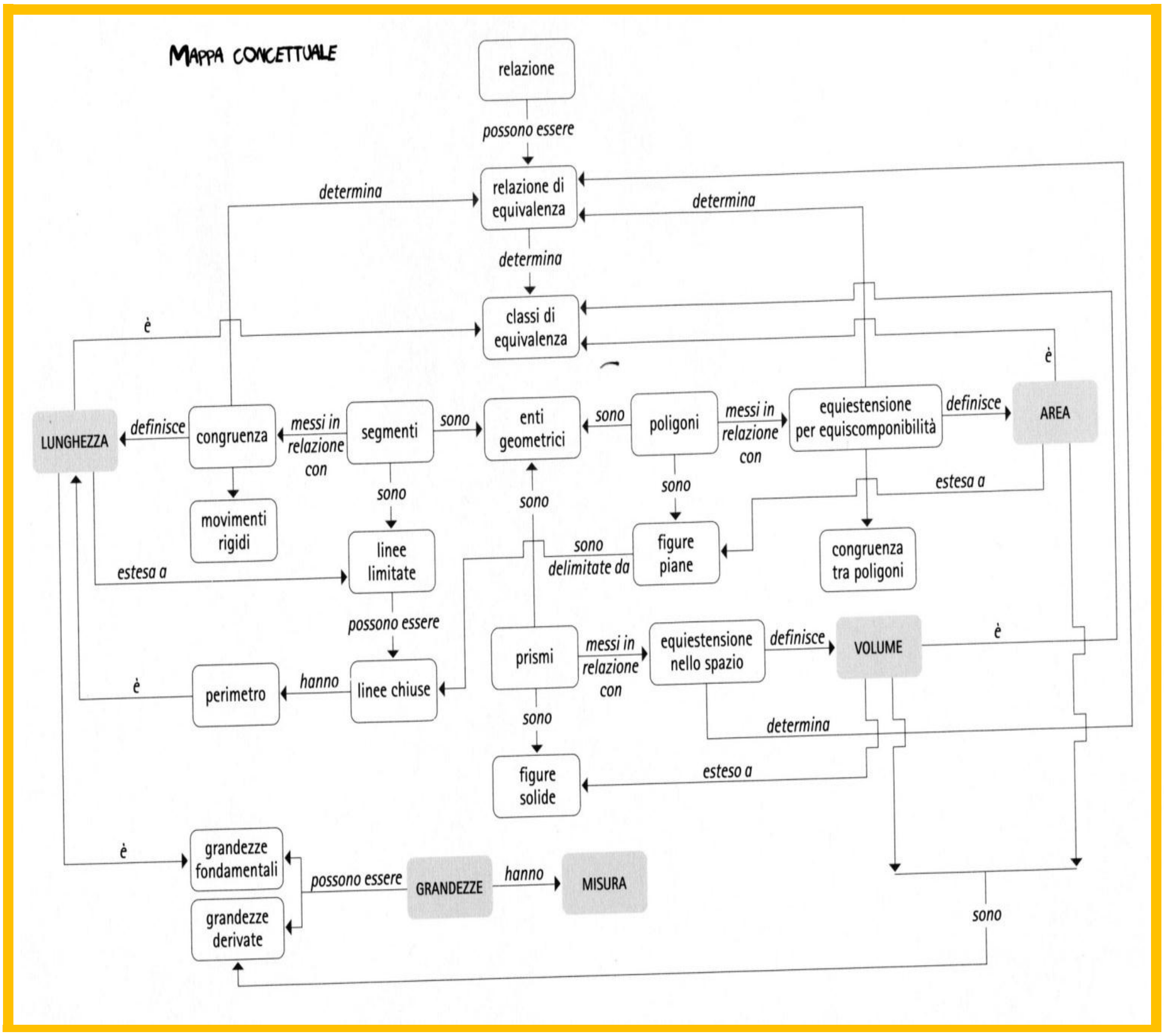


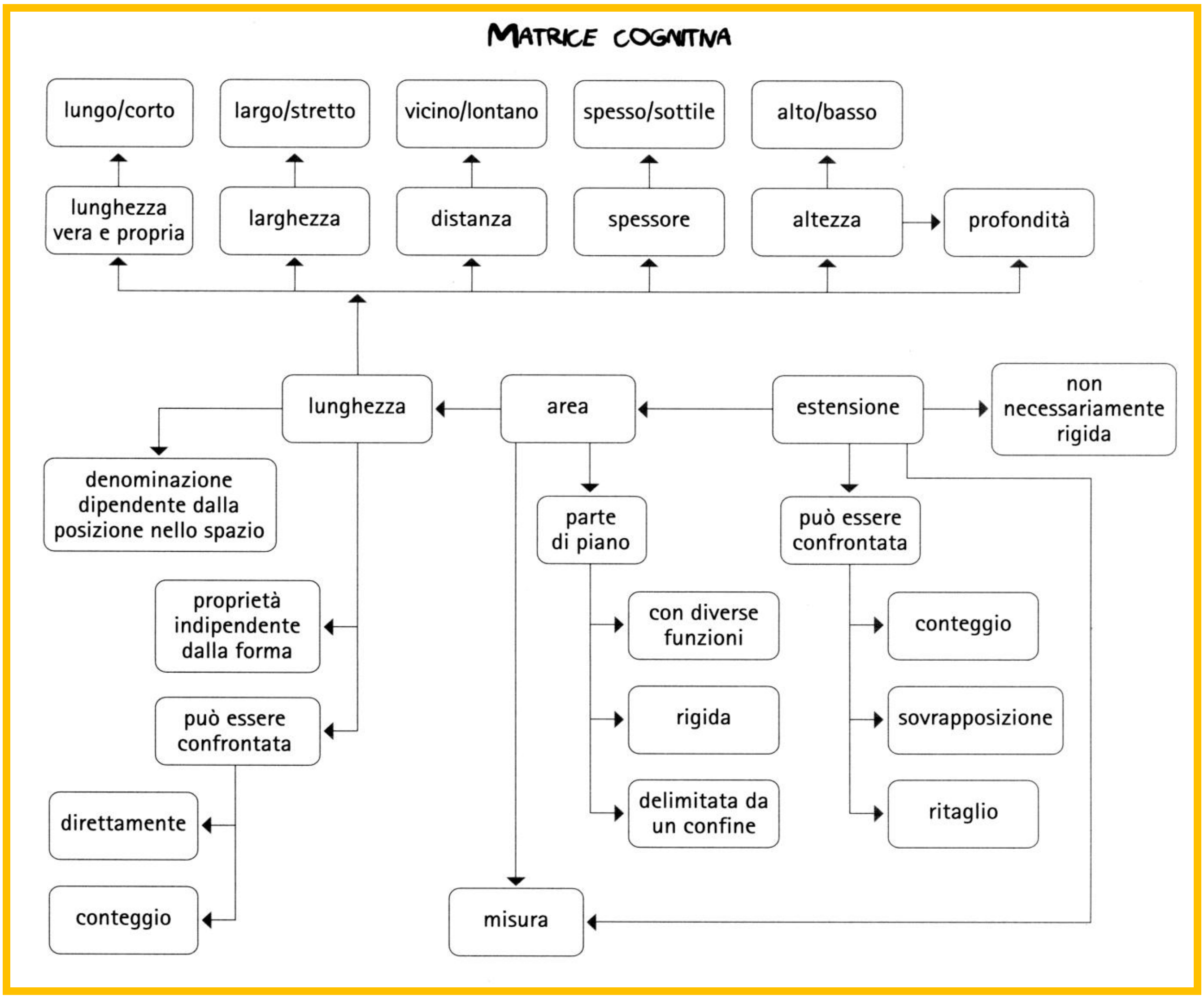
suddivisibilità
continuità
ordinamento
sottrazione
multiplo sottomultiplo
induce
uguaglianza
addizione
qualificano
lunghezza
area
hanno
fra le quali è definita
geometriche
ampiezza
GRANDEZZE OMOGENEE
fra le quali si stabilisce
rapporto
grandezze commensurabili
grandezze incommensurabili
volume
hanno associato
associate
è un
massa
associate a
capacità
«fisiche»
intervalli di tempo
tramite
MISURA
presuppone
unità di misura
misurazioni dirette
temperatura
strumenti
presuppone
è
numeri reali assoluti
numeri irrazionali assoluti
numeri razionali assoluti
calcolo con formule
pseudo grandezze
approssimazione



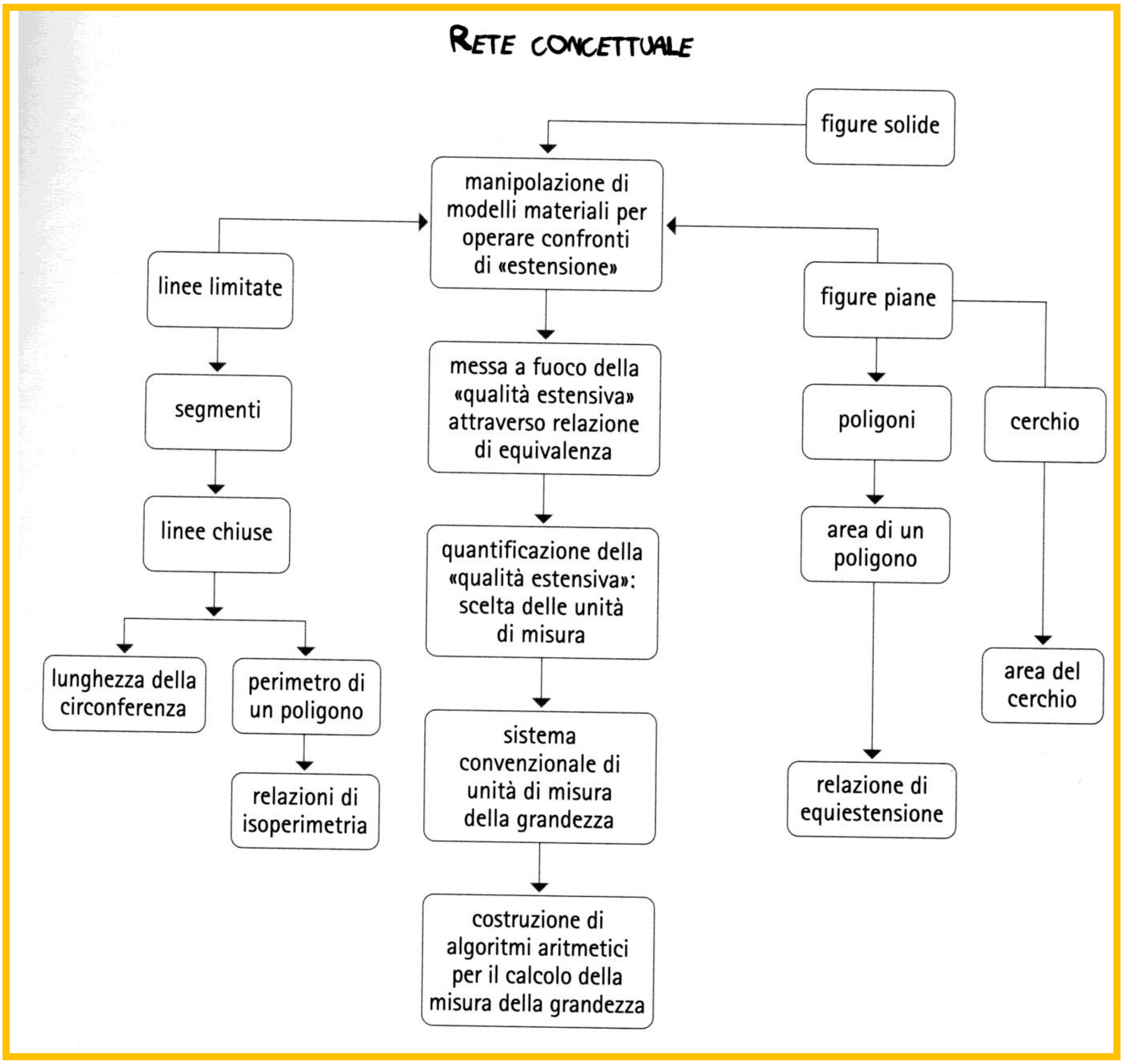
RETE CONCETTUALE
volume
area
lunghezza
ampiezza
grandezze geometriche
confronto qualitativo di grandezze omogenee
diretto
indiretto
strumentale
confronto quantitativo di grandezze omogenee
grandezze fisiche
fondamentali
non fondamentali
intervalli di tempo
peso
capacità
velocità
misura rispetto a unità di misura arbitrarie
registrazione: mediante
– approssimazione
– intervallo
una sola unità
più di una unità
senza rapporto di multiplo
con rapporto di multiplo
temperatura
«pseudo grandezze»
valore (sistemi monetari)
misura rispetto a unità di misura convenzionali
multipli e sottomultipli di un'unità fondamentale
Sistema Internazionale


MATRICE COGNITIVA
«similitudine» tra grandezza e unità di misura
necessità di scegliere in base all'oggetto/ proprietà da misurare
campioni, strumenti arbitrari
campioni, strumenti convenzionali
di grandezze estensive: lunghezza, massa, pressione, ...
di grandezze intensive: taglia, scarpe, temperature, ...
misura
espressa da un numero
di proprietà
di oggetti: tavolo, strade mobili
indirettamente con lettura dalla scala di uno strumento
per confronto diretto


MAPPA CONCETTUALE
relazione
possono essere
relazione di equivalenza
determina
determina
determina
classi di equivalenza
è
è
LUNGHEZZA
definisce
congruenza
messi in relazione con
segmenti
sono
enti geometrici
sono
poligoni
messi in relazione con
equiestensione per equiscomponibilità
definisce
AREA
movimenti rigidi
sono
linee limitate
sono
estesa a
sono delimitate da
figure piane
estesa a
congruenza tra poligoni
possono essere
prismi
messi in relazione con
equiestensione nello spazio
definisce
VOLUME
è
è
perimetro
hanno
linee chiuse
sono
determina
figure solide
esteso a
è
grandezze fondamentali
possono essere
GRANDEZZE
hanno
MISURA
grandezze derivate
sono



MATRICE COGNITIVA
lungo/corto
largo/stretto
vicino/lontano
spesso/sottile
alto/basso
lunghezza vera e propria
larghezza
distanza
spessore
altezza
profondità
lunghezza
area
estensione
non necessariamente rigida
denominazione dipendente dalla posizione nello spazio
parte di piano
può essere confrontata
proprietà indipendente dalla forma
con diverse funzioni
conteggio
può essere confrontata
rigida
sovrapposizione
delimitata da un confine
ritaglio
direttamente
conteggio
misura



Porto San Giorgio – 20 gennaio 20012

IL CONCETTO DI MISURA NELLA PRATICA DIDATTICA.

Prof. Piccione Maria[1]

I PARTE

Mi avete incontrato sia a Senigallia sia a Fermo. Sono contenta di tornare, spero che si possa avviare oggi, sebbene già l'incontro che possiamo chiamare zero ci ha avvicinato, una sintonia sui principi fondamentali della didattica. Credo di aver parlato di questo semplice, ma tanto potente modello che regola la mediazione didattica. La didattica è sempre rappresentata da un triangolo i cui vertici sono: docente, allievo e disciplina; ma i collegamenti sono canali affettivi e credo che la volta passata voi abbiate recepito l'interesse che un docente può dare e l'amore per la disciplina, caratteristica che ci accomuna. Interesse nei confronti del processo formativo e anche	Rappresentazione della didattica Docente ⇕ Allievo ⟺ Disciplina

[1] Relazione sbobinata e non rivista dall'autrice.

culturale, ma la cultura, indirizzata alla formazione dell'individuo affinché la forza e la fluidità di questi due canali consentano la possibilità di stabilire il canale affettivo tra allievo e disciplina che è la via irrinunciabile attraverso la quale l'allievo può acquisire dalla disciplina quegli strumenti e quei mezzi necessari per la sua crescita individuale. Nessuno, nel gruppo dei ricercatori didattici in Italia e anche all'estero, pensa ormai più che la matematica in quanto disciplina, ma ogni disciplina, sia importante e abbia valore solo come corpo di contenuti. Questa condivisione è alla base del nostro lavoro insieme, anche i contenuti hanno il loro valore. Ma il valore di una disciplina sta nei mezzi che essa offre. Natale Pellerey, un grande maestro, dice che insegnare matematica significa educare ad un comportamento mentale. Siamo davvero a livello della formazione della persona e non a livello della comunicazione dell'istruzione dei contenuti. Quindi questo lo dobbiamo sentire perché ogni contenuto disciplinare per noi sarà importante, ma sarà importante proprio come mezzo; quel contenuto ha un suo valore di mezzo perché costruisce un comportamento individuale. Questo è l'obiettivo, si parla di obiettivi specifici e di obiettivi formativi, questo è il grande obiettivo di grande valore in particolare della disciplina matematica. Non mi dilungo di più su questo perché abbiamo anche obiettivi specifici da sviluppare in questo nostro incontro. Però volevo riprendere questo canale tra me e voi sempre verso la matematica: questo primo momento dell'incontro è stato un momento affettivo.	La cultura indirizzata alla formazione dell'individuo. Il valore di una disciplina sta nei mezzi che essa offre Pellerey: insegnare matematica significa educare ad un comportamento mentale.
Un altro tema assai importante di didattica generale è la didattica per concetti. Si collega molto bene a quanto ho detto perché la didattica per concetti, che segue un modello dovuto a Damiano nel 1995, un modello recente che riprende il modello precedente: l'apprendimento significativo delineato da Ausubel. Questo modello della didattica per concetti è un modello che collega fortemente i concetti disciplinari alla struttura cognitiva individuale. Nella didattica della matematica questo è un tema fondamentale e viene accuratamente sviluppato, oggi non c'è altra strada che questa perché è quella indicata dai ricercatori: muoversi nella direzione della didattica per concetti e non per contenuti. Non è il singolo contenuto, ma è non solo il concetto, ma il concetto relazionato a tutti gli altri che ad esso si collegano che costituiscono poi la mappa concettuale. Non c'è altra strada che questa: i contenuti vanno inseriti in questa rete di concetti e per citare Beppe Bea sono proprio i nessi tra i concetti che determinano quello che si chiama apprendimento significativo (apprendimento che poi ha la caratteristica di essere ancorato alla memoria a lungo termine e in particolare per la matematica questo ha una rilevanza enorme perché l'apprendimento matematico è tale che a qualunque livello si debbano poter avere i collegamenti con ogni altro; la conoscenza matematica è sequenziale. Non si può costruire il concetto di polinomio se non abbiamo ben capito come si rappresenta in simboli un numero naturale: 143 è 1x100 +4x10+3x1 e allora voi capite che 100 è 10 al quadrato e 1 è 10 allo zero. L'apprendimento significativo è fondamentale e purtroppo l'insegnamento della matematica produce molto spesso apprendimento meccanico che è l'opposto di significativo e l'apprendimento meccanico è caratterizzato da una memoria a breve termine: so fare un certo tipo di problemi nel momento in cui faccio tanti problemi di quel tipo e allora mi abituo ad un certo tipo di schema mentale che sono in grado di ripetere anche consapevolmente. L'apprendimento significativo, come dice Beppe Bea, è proprio caratterizzato dalla consapevolezza dei mezzi quindi didattica per concetti significa ancorare i concetti disciplinari alla struttura cognitiva individuale e in questo ancoraggio esplicitare i collegamenti. Questo	Didattica per concetti di Damiano. Mappa concettuale: concetto relazionato con tutti gli altri. Apprendimento significativo dipende dai nessi tra concetti. La matematica è sequenziale. Apprendimento significativo fondamentale.

lavoro molto delicato, molto raffinato ma interessantissimo intreccia fortemente gli attacchi cognitivi con quelli meta cognitivi e, operando in vista della formazione dell'individuo (obiettivo alto), lo sviluppo delle abilità meta cognitive è altrettanto importante, quasi di più del concetto. Una analogia: talvolta la vita di un essere umano è segnata da una esperienza molto significativa, trasferendo questa immagine significativa per l'onda lunga di questa esperienza, per la sua dissonanza, questa immagine si può applicare all'educazione. Nel primo incontro che ho avuto con voi dissi che "poco è che valga", è vero, è poco ciò che vale davvero. Dobbiamo andare all'incontro anche nella didattica con l'evidenza e lavorare bene intorno ad una di queste esperienze cognitive in maniera tale da avere una grande significatività: ciò che l'esperienza lascia alla persona è estremamente importante. Quindi il docente deve potenziare molto gli aspetti meta cognitivi e individuare poco contenuto, ma molto significativo e cancellare dalla mente che il contenuto in sé è importante, più importante è la modalità di lavoro intorno a questo contenuto che non è un fine, ma un mezzo. Nel momento in cui una certa attività didattica viene messa in atto provate a chiedervi:"Sto utilizzando questo come mezzo?"	Esperienze significative.
CONCETTO DI MISURA: pensato sempre in termini di costruzione. L'apprendimento matematico non dipende dalla narrazione. La narrazione è importante ma non basta. Ogni apprendimento è il risultato di una esperienza individuale e allora costruzione del concetto di misura nel senso che ogni ragazzo costruirà liberamente dentro di sé questo concetto matematico. Il concetto di misura è un concetto che fa parte di quella essenza di nuclei fondanti o nodi concettuali del pensiero matematico (sono ben pochi). I ricercatori ancora non hanno scelto un nome (D'Amore e altri), ma la cosa importante non è il nome quanto l'idea: rintracciare dei valori concettuali estremamente forti nel senso dell'attrazione. La conoscenza matematica per un insegnante è un fatto irrinunciabile per la mediazione didattica. Ad esempio tutti noi possiamo pensare che l'idea di misura sia tanto semplice, che l'idea del numero naturale sia tanto semplice. Invece l'idea del concetto di numero naturale è stato rigorosamente introdotto nell'apparato matematico all'inizio del '900, quindi questo basta a far capire la sua complessità Fin dagli albori della società in ogni nucleo sociale si è contato, ma la sistemazione rigorosa di questo concetto è recente. Tutto ciò che è matematica, ed è questo uno dei più grossi problemi dell'educazione matematica, può sembrare semplice, talvolta non lo è. Quindi il docente deve accettare questa idea dello sforzo di eliminare la conoscenza dei contenuti e considerare che questa ha dei passaggi delicati. E là dove esiste l'interazione e c'è questa difficoltà va posta molta attenzione. Si può pensare che la misura sia un concetto abbastanza lineare, non complicato: prendo un metro… ma non è così. Nei primi anni di università i problemi che i ragazzi hanno è nel gestire, utilizzare il concetto grafico della funzione e la difficoltà è nella loro radice ultima: è la costruzione non corretta del concetto di misura e dell'altro concetto che coesiste con la misura ed è il concetto di…………vedremo dopo. L'interazione didattica dovrebbe sempre seguire questa dinamica: il modello Damiano. Perché? Adesso io mi trovo in interazione con voi allora io non dovrei assolutamente trattare il concetto disciplinare senza prima indagare la vostra matrice concettuale cioè dovrei chiedere: Che cosa pensate voi della misura? Cos'è la misura secondo voi? Quando misurate? Pensate che sia un'attività fondamentale? Non fondamentale?	Costruzione del concetto di misura La misura non è un concetto lineare, semplice. Conversazione sulla misura

A quale altra attività fondamentale il processo di misura può essere paragonato? A quest'ultima domanda penso che tutti rispondereste al contare e allora se pensiamo alla misura come operazione paragonabile in importanza e anche in priorità al conteggio allora la spostate anche nel tempo e la fate andare agli albori della civiltà. Contare e misurare sono due operazioni fondamentali dell'attività umana, non solo si ritrova in tutte le culture, si ritrova in tutte le società dall'inizio della costruzione della conoscenza. L'attività di farsi le domande o avere qualcuno che fa le domande prima di proporle ai ragazzi, è utile semplicemente perché un docente può trovarsi in difficoltà nel rispondere. La difficoltà è la crisi del modello cognitivo che poi dal motivazionale noi insegniamo come i nostri ragazzi. La nostra mente è come quella dei ragazzi, ma più consapevole; il funzionamento è lo stesso. Apprendiamo una cosa quando c'è desiderio e una spinta motivazionale e il desiderio e la spinta emozionale dipendono dalla presa di coscienza di una crisi cognitiva. Per essere più concreti illustro il tema della misura dal punto di vista del suo corpo disciplinare. Che cos'è la misura? C'è una misura sola? C'è una misura in senso sperimentale e una misura in senso matematico? Per un biologo, misurare è la stessa cosa che per un matematico? Cosa importante, magari non ne parleremo mai ai ragazzi, se non in una scuola secondaria di secondo grado, perché è opportuno non andare mai oltre le possibilità dell'allievo che abbiamo davanti. Bisogna che ogni apprendimento significativo sia commisurato affettivamente (il ragazzo deve desiderare di imparare quella cosa) ed effettivamente alla struttura cognitiva dell'allievo in apprendimento. Penso che una riflessione di tipo cognitivo sulla misura possa essere utile. Fra le domande poste prima, ho chiesto: "Secondo voi perché è così antica l'operazione del misurare come quella del contare? A cosa serve? Per la conoscenza scientifica, serve davvero? E' esperienza comune, si misura sempre. Posso dire che oggi la temperatura è più elevata di ieri, nel momento in cui affermo questo, valuto qualitativamente e questo lo si fa continuamente con le parole: di più, di meno, quanto basta, tanto, abbastanza, poco, troppo: tutti questi avverbi hanno dietro una operazione di quantificazione. Misurare vuol dire quantificare. E' un'operazione naturale che dalla conoscenza comune è stata assorbita, elevata a processo della conoscenza scientifica ed è molto famosa una frase di Kelvin, uno dei fondatori della termodinamica. Vive nell'ottocento e sostiene:" *"Io affermo che quando voi potete misurare ed esprimere in numeri ciò di cui state parlando, solo allora sapete effettivamente qualcosa, ma quando non vi è possibile esprimere numericamente l'oggetto della vostra indagine, insoddisfacente ne è la vostra conoscenza e scarso il vostro progresso dal punto dì vista scientifico."* La misura è legatissima a processi di conoscenza. Il cammino didattico è questo: dalla percezione di quanto istintivamente misuriamo continuamente, tutti i giorni, tante volte al giorno, all'acquisizione di un livello più alto di questo istintivo processo. Si misura di continuo perché si misura anche nelle attività pratiche. Anche l'operazione del contare è istintiva ed è interessante portare il bambino da questa operazione istintiva alla strutturazione scientifica di questo processo del concetto di numeri. Il procedimento di misura è da considerarsi uno strumento conoscitivo che aumenta la possibilità di comprendere fatti e fenomeni; basta rileggere la frase di Kelvin, per comprendere che è uno dei procedimenti fondamentali sia della conoscenza comune che della conoscenza scientifica a fini pratici conoscitivi (scambi, valori delle	Contare e misurare due operazioni fondamentali che si ritrovano in tutte le culture. Si apprende quando c'è desiderio e motivazione. Domande sulla misura Si misura con l'esperienza. Misurare significa quantificare

merci,…in cucina, quando si valuta,..). Due domande cruciali con i ragazzi: Se dico la parola misura a cosa pensi? Che cosa ti viene in mente? A cosa la colleghi? Come si esprime una misura? Cosa significa misurare? Che cosa si misura?	Conversazione clinica con i ragazzi
Risposta già data perché abbiamo detto che misurare significa quantificare, stimare da un punto di vista quantitativo che cosa si misura. La misura esiste perché esistono le proprietà; si misurano non oggetti ma proprietà degli oggetti, si misurano particolari proprietà di oggetti, non tutte ovviamente. La misura è una stima quantitativa di proprietà di oggetti è la quantificazione di una proprietà. Quando dico: come sono stanco, sto misurando una certa qualità, una certa proprietà; oppure come è grande questa stanza! Sto definendo una misura, sto quantificando una estensione volumetrica, sto esprimendo una certa proprietà di questa stanza. Avevo accennato poco fa che è opportuno distinguere due tipi di misura:	Si misurano particolari proprietà degli oggetti (alcune, non tutte)
- misurazioni operative: quelle nelle quali si confronta la grandezza di un oggetto con una appropriata unità di misura. Sono di questo tipo, ad esempio, le misure di *lunghezza* effettuate con un metro e le misure di *massa* effettuate su una bilancia tecnica a due piatti e bracci eguali, utilizzando delle masse campioni. La *precisione* dipende dalla rappresentatività del campione e dall'accuratezza delle esecuzioni.	Misurazioni operative
- misurazioni indirette: quelle nelle quali la misura di una grandezza si ricava da misure di altre grandezze. E' di questo tipo, ad esempio, la misura della *densità* che si ricava dal rapporto tra la misura della massa e la misura del volume ($d = m / V$).	Misurazioni indirette
Es. pensate alla figura geometrica della circonferenza. Qual è la misura della lunghezza della circonferenza? E' due pi greco erre, se noi dobbiamo prendere un filo e misurare in tondo, ci basta una buona approssimazione. In senso operativo la misura è qualcosa che non è in senso matematico. I numeri razionali non sono stati sufficienti ai matematici, hanno voluto anche altri numeri. Ma la costruzione della conoscenza matematica è di tipo mondiale, su un concetto ci si ritorna fino a farlo crescere fino a raggiungere il massimo.	Misura della circonferenza
Per un bambino della scuola dell'infanzia misurare vorrà dire confrontare due oggetti dal punto di vista di una loro particolare qualità, proprietà; per un bambino della scuola elementare invece misurare comincerà ad acquisire il senso di quantificare, quanto di una certa proprietà è contenuto, arrivando a capire che qualche volta si può dire preciso altre volte ci si può accontentare di una buona approssimazione.	Misurare nella scuola dell'infanzia Nella scuola primaria
Per un ragazzo di scuola secondaria di primo grado può essere pensare alla possibilità di misurare il perimetro non con la freddezza, la rigidità del rigore matematico ma con la fantasia, con la potenza della mente matematica che calcola ciò che non si vede: p greco non si vede ma si raggiunge con un'operazione.	Misurare nella scuola secondaria
Archimede ma non solo, già nel 500 a. C. erano state date buone approssimazioni del rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo diametro. E fu Archimede a inventare questo numero; non c'è, si inventa.	Archimede
Questo è il lavoro dei matematici, essi sono dei grandi inventori, principi della fantasia. In matematica, purché sia coerente con il tutto resto, si può inventare tutto ciò che si desidera, ma purtroppo sfugge questo aspetto. In una seconda media si può lavorare sul calcolo trigonometrico delle figure non poligonali. Dopo questo importante commento che ci ha portato a distinguere la misura in senso creativo o sperimentale e la misura in senso matematico. anche nell'ambito dell'aspetto operativo c'è una	Matematica e fantasia

distinzione. Si possono distinguere misure dirette da quelle indirette. Es. la misura diretta è il concetto che può essere sviluppato attraverso tutte le esperienze di confronto e ordinamento nell'ambito della scuola dell'infanzia. Che cosa fare? Se un docente vuol fare un buon lavoro di impostazione della costruzione del pensiero matematico, fa fare tante esperienze sul confronto. Il confronto tra gli oggetti produce due attività da potenziare in tutti i modi: l'ordinamento e la classificazione.	Scuola Infanzia: misura diretta Confronto
Quando noi confrontiamo rispetto ad una proprietà dobbiamo ordinare. Tutte le attività di ordine sono fondamentali come quelle di classificazione. Molto importante è stata la teoria degli insiemi perché proprio nel concetto di insieme sta il riconoscimento delle proprietà. Come trovo le proprietà? Con il confronto, dal confronto riconosco bene la persona castana dalla persona bionda mettendole accanto. Ci sono tutte le attività che fanno riferimento alla percezione sensoriale. Non vi è concetto che si possa strutturare a prescindere dai sensi e dal movimento in particolare nella geometria che è una espressione estrema delle nostre esperienze sensoriali. L'ambito concettuale per la scuola dell'infanzia è la misura diretta, naturalmente.	Attività di ordine Classificazione
L'insegnante di scuola primaria quando avrà il suo contatto concettuale con gli allievi dovrà verificare prima di tutto se hanno fatto esperienza di confronti: "Che cosa ricordi delle tue operazioni di confronto?"	Scuola primaria
Quando si confronta si misura: si tratta di stabilire la relazione: essere minore o uguale relativamente ad una qualità. Se mettiamo in relazione tante asticelle, se mettiamo i cubi sulla torre, uno sopra l'altro, per grandezza o uno dentro l'altro per grandezza, dal più grande al più piccolo e viceversa, il confronto avviene sempre tra due, e si sta misurando. Vedere il confronto tra due oggetti (o più) perché posso confrontare 10 oggetti, ma attenzione non si confrontano mai tutti insieme, il confronto è binario. Importante è l'ordinamento degli oggetti in base alla qualità che abbiamo scelto. Qual è l'attività mentale? Li confronto: li avvicino e guardo qual è che uno va dentro l'altro.	Relazione: minore o uguale o maggiore rispetto ad una qualità.
La misura può avvenire anche attraverso un terzo concetto che si può proporre anche ai bambini piccoli: quello di avere un mobile es tavolo e di voler mettere sopra al tavolo uno scatolone pesante che non si può spostare. E' un'attività da porre come problema: un oggetto così pesante non si può spostare, come si può fare? La regola didattica vuole che mai le tappe vengano bruciate dall'insegnante. Può venire in mente di prendere ad es. un'asta con la quale paragonare l'oggetto pesante che non si può trasportare e poi spostare semplicemente l'asta. L'asta è un terzo oggetto che serve a fare il confronto tra lo scatolone e il tavolo. Quanti confronti sono stati fatti? Due perché lo scatolone pesantissimo viene confrontato nell'altezza con l'asta e poi si porta il confronto con il tavolo. Se l'asticella ha un'altezza che è più, diremo più lunga, possiede più lunghezza. Il confronto con un certo oggetto equivale, dal punto di vista operativo, a due confronti diretti. Qual è il risultato finale? L'ordinamento, di nuovo possiamo dire la scatola è meno alta del tavolo o più alta (essere minore o uguale rispetto ad una certa qualità). Lo strumento del confronto è il terzo oggetto che di fatto possiede la grandezza e ha il ruolo di campione.	Scuola primaria e infanzia (esempi)
Con i bambini nella scuola dell'infanzia si può fare il confronto con la molla. Se noi mettiamo due molle che si allungano allo stesso modo e con un anellino ci appendiamo i pesi, pesa di più l'oggetto che fa allungare di più la molla. Abbiamo operato il confronto per vedere qual è la molla che si è allungata di più; abbiamo sempre operato il confronto tra una qualità contenuta in due oggetti (la lunghezza delle molle) però in realtà a noi interessava il peso degli oggetti quindi la misura è indiretta: io misuro il peso misurando l' allungamento. Nella bilancia a due bracci il confronto è meno evidente perché aumenta	Scuola infanzia (esempio molla)

l'angolo e sarebbe più per stimare un oggetto, comunque pesa di più quello che fa abbassare il braccio. Non abbiamo parlato di temperatura, ci sono i termometri digitali quindi non vedrebbero più questo gioco come nei termometri con la colonnina di mercurio. Però ho due bacinelle, sento la temperatura con la mano oppure posso immergere due termometri uguali in ogni bacinella. Sto confrontando la temperatura attraverso il confronto di due lunghezze e questa attività si può fare nella scuola primaria. C'è differenza tra misura diretta (faccio il confronto), e misura indiretta (metto in relazione es. metto in relazione la temperatura con una lunghezza oppure il peso con una lunghezza). Prima stabiliamo una relazione, una corrispondenza con una certa qualità che vogliamo stimare e l'altro tipo di qualità (il peso entra in relazione con la lunghezza). Quindi compio due operazioni quando stabilisco una corrispondenza tra grandezze. Non sempre si può confrontare a occhio, si può dire qualcosa su due persone una magra e una più piena, oppure possiamo prendere una pallina di piombo e una non di piombo e confrontare però lo sforzo muscolare, in realtà confrontiamo un peso. Anche qui c'è la corrispondenza tra grandezze e sensazioni, corrispondenza tra due grandezze non direttamente misurabili. L'operazione che si fa nella misura diretta è prima la relazione tra grandezze e poi il confronto. Lo strumento è sempre il campione (se guardiamo l'allungamento di due molle, una delle due è il campione); il campione è l'oggetto scelto. Questa differenza è interessante dal punto di vista cognitivo. Finora abbiamo solo confrontato perché anche nella misura indiretta, una volta stabilita la corrispondenza tra il tipo di grandezze non misurabili direttamente e quelle misurabili direttamente, operavamo con l'abilità cognitiva confronto. Siamo ad un livello iniziale per la costruzione di questo concetto (scuola dell'infanzia). Nella scuola secondaria di secondo grado si passa dalla misura in senso operativo alla misura in senso matematico (geometria analitica). E' fondamentale sviluppare tutto il processo perché non si costruisce il piano cartesiano senza il concetto di misura. Ripercorrere tutto il cammino è un lavoro dal punto di vista didattico estremamente utile, facendo esplicitare ai ragazzi l'esperienza che compiono. Man mano che si avanza con l'età scolastica il percorso può essere più raffinato. CONCETTO DI GRANDEZZA: Che cosa significa misurare? Come si esprime la misura? Ordinare è un modo di esprimere la misura. La parola grandezza è ciò che finora abbiamo chiamato una certa qualità. Questo tavolo ha molte qualità: percepire la lunghezza e la larghezza come qualità dello stesso tipo e anche l'altezza è importante. Sono tutte grandezze. Perché prendono questi diversi nomi? La cosa ha a che fare con il nodo concettuale che è il nodo dell'estensione. L'estensione può essere lineare, ma dipende dall'orientazione delle linee. Tutte le linee possiedono la lunghezza. La proprietà delle linee è un concetto della scuola dell'infanzia. Questo tavolo possiede anche un altro tipo di estensione che è l'estensione superficiale e se non fosse un tavolo, ma se fosse in una scatola come quando è arrivato qui, la scatola occupa uno spazio (estensione spaziale). Non solo, possiede massa. Queste qualità sono l'oggetto di misura, non si misurano oggetti ma qualità di oggetti. Sembra tutto facile, ma non lo è affatto. Il docente deve far esplicitare le idee che i ragazzi hanno e ancorare alla loro struttura cognitiva iniziale, il concetto disciplinare. Questa è la didattica per concetti; l'insegnante a un certo punto fa il programma ma più fa parlare il ragazzo (che cosa gli ha lasciato una certa attività) più riesce a capire come è costituita la struttura cognitiva di ogni allievo. Questa parola	Temperatura Scuola primaria Stima ad occhio Scuola secondaria di secondo grado Concetto di grandezza Esempi Estensione Estensione e massa

grandezza, che è un concetto che coesiste con la misura, non è un oggetto, ma una proprietà. Ci sono due modi di misurare perché ci sono grandezze fondamentali di due tipi, poi ci sono altre misure. Si misura l'invalidità, la tendenza di una popolazione, … Sono due tipologie, due modi di ottenere una misura in senso più raffinato cioè ad un livello di età scolastica più alta. Come compito chiedo di leggere che cosa i programmi affermano per inquadrare questi concetti.	Modi di misurare
Il primo modo lo troveremo alla scuola primaria: si adotta a frazione di riferimento per la grandezza e si conta il numero di volte che il campione è contenuto nella grandezza.	Scuola primaria
Il campione è un oggetto matematico che possiede quella qualità. Posso misurare la lunghezza di questo tavolo con bacchette. Perché posso utilizzare le bacchette e non un fazzoletto? Perché devo utilizzare un oggetto che possiede questa qualità. Le grandezze sono qualità, sono proprietà. Ma cos'è una qualità? E' una proprietà, una caratteristica è quello che faremmo aprendo un vocabolario della lingua italiana. Sapete qual è il problema del vocabolario? Se cerco qualità trovo caratteristica non so cosa vuol dire caratteristica e dopo vari passaggi (5 o 6) si ritorna alla parola iniziale, e allora non so il significato. La matematica, oltre ad inventare tutto quello che si vuole, ha il compito di rendere rigorosi i concetti.	Campione Le grandezze sono qualità La qualità è una proprietà
A studenti di una quinta di scuola primaria possiamo chiedere: "Che cos'è una lunghezza?" La lunghezza è la proprietà che accumuna tutte i segmenti a lei sovrapponibili. E' una linea: se ho un pezzo di ferro posso percorrerlo solo in un modo. non ho altre possibilità. Posso muovermi in lungo, non posso andare dalle parti. Questo fatto che non posso andare dalle parti è importantissimo: immaginate infinite penne tutte lunghe uguali, è la proprietà posseduta da tutte le penne che le accomuna. Dopo che ho acquisito il concetto di retta posso parlare di segmento, di congruenza, di sovrapponibilità. Qualità degli oggetti è un concetto scivoloso, non ben definito. C'è bisogno di conoscere, è necessario sapere mettere in relazione di equivalenza oggetti di tipo matematico, passare al quoziente. Prendere la base di quei segmenti sovrapponibili e dire che la base è la lunghezza, per arrivare a questo ci vuole una evoluzione della struttura cognitiva alta. Occorre operare come la Montessori ha insegnato per non creare misconcetti: costruire il materiale dove quell'unica qualità è presente (tutte le bacchette di legno, tutte le bacchette di una stessa lunghezza). La bacchetta rappresenta un segmento di un pezzettino di retta.	Scuola primaria
Il concetto è una nocciolina che condensa una grande quantità di immagini mentali che si assomigliano e queste immagini mentali sono la rappresentazione del fare di una nostra esperienza sulla realtà. Più esperienze sensoriali si fanno nel tempo attraverso la percezione, più ricca è la gamma di immagini mentali (es. il concetto di casa è quel nocciolino, quel nucleo che raccoglie tutte le immagini mentali della casa). Per la scuola dell'infanzia l'esperienza della lunghezza è la piccola esperienza di mettere la mano nell'acqua tiepidina e avvertire la sensazione.	Scuola infanzia
Cos'è la lunghezza? E' una sola possibilità di movimento. Riconosco un piano perché posso andare in lungo e in largo; questo piano possiede una estensione superficiale (quanta ne possiede?), questo bordo possiede solo l'estensione lineare. Posso chiedere: possiede più estensioni lineari? Sto confrontando due linee, due contorni, posso confrontare anche due superfici. L'esperienza è fondamentale per questi concetti che sono di base e serve per passare dalla conoscenza spontanea alla conoscenza strutturata. Basta poco per strutturare l'idea di grandezza. La struttura dell'idea di grandezza non è banale, va	Lunghezza

strutturata, va costruita. Immaginate di ricoprire questo tavolo con tutte asticelle tutte uguali, anche nel colore. La consuetudine è mettere una asta vicino all'altra e ripartire, ma manca l'immagine dell'insieme. L'immagine mentale si produce solo se stabilmente effettivamente guardo tutte le bacchette, poi può darsi che la bacchetta successiva superi un po'. Il tavolo contiene tanta lunghezza quanto 15, 16 bacchette.	Esempio
Ci sono grandezze che si possono misurare ponendo una grandezza campione e osservo che il campione è contenuto tante volte… es. se il bambino deve riempire un boccale non deve riempire un bicchiere per volta, ma prendere ad es. 10 bicchieri pieni e travasarli tutti, perché nella sua mente si fotografa questa immagine: 10 bicchieri di acqua pieni possono essere travasati interamente una volta. La quantità quindi la proprietà, che è una grandezza, è la capacità cioè il volume del boccale. Dal punto di vista dell'attività mentale dopo l'azione e il conteggio, lo strumento è la bacchetta. Per una misura di superficie è l'estensione lineare che è un modo di occupare lo spazio. Un filo ha un modo di occupare lo spazio, ha una estensione lineare, un tavolo, una superficie, una palla hanno una estensione non lineare. Non si può parlare di misura se non si è affrontato il concetto di grandezza. Questo è il messaggio. L'estensione lineare, l'estensione superficiale, se voglio misurare l'estensione superficiale di questo tavolo ricopritelo almeno una volta. Quella sarà una immagine che resterà per sempre perché i bambini hanno fatto esperienza direttamente e l'hanno associata anche alla forza muscolare. Poi si passa al disegno, alla rappresentazione grafica e al numero.	Grandezza - campione
II MODO: si costruisce una scala, spesso empirica e si confronta la grandezza con quella scala. C'è la scala di Moss, quella delle temperature, e tante altre che vanno da zero a 100 ad es. Ma cos'è zero? E' zero perché lo diciamo noi. Confronto la temperatura dell'acqua ghiaccio e la temperatura dell'acqua che bolle, mi rendo conto della scala: la colonnina di mercurio sale. Costruire una scala, imparare che esistono è un obiettivo specifico, ma scoprire che nella costruzione della scala c'è un fatto convenzionale, è l'uomo che decide di costruire una scala è un obiettivo formativo cioè non costruisco la scala che è uno strumento di misurazione si riflette sul potere che l'umanità ha di strutturare la conoscenza.	Scale
Si confronta sempre, ma come confronto due minerali? Confronto per durezza, per una proprietà. Non è più il confronto di qualità ma è un confronto che cambia di volta in volta (es. scale terremoti, ph acidità,…). Le grandezze si distinguono in estensive (massa, lunghezze) in intensive (temperatura, durezza), di numerosità e di ordine. Le grandezze estensive sono quelle che si misurano attraverso un conteggio, le grandezze intensive si misurano attraverso una scala.	Tipologia grandezze
Dal punto di vista concettuale l'adozione del campione è un obiettivo specifico da raggiungere. Ho misure arbitrarie (soggettive) o convenzionali (oggettive) e a questo a proposito può essere divertente analizzare le caratteristiche dei campioni (portata, prontezza, sensibilità, precisione). Un altro obiettivo specifico da conseguire è capire che in senso sperimentale non si può misurare senza commettere errori. Lo strumento non è perfetto così come la nostra azione quindi la misura è sempre un po' approssimativa e dobbiamo accertare il valore più attendibile della misura di una grandezza cioè è necessario operare con varie misure della stessa grandezza per determinare il valore medio della misura, valore per difetto e valore per eccesso.	Obiettivi specifici
I campioni convenzionali risalgono alla fine del '700. Nel 1960 la Conferenza Nazionale di pesi e misure adottò un sistema coerente di	Campioni

misura formato da sette grandezze fondamentali: lunghezza, massa, tempo, corrente elettrica, temperatura termodinamica, quantità di sostanza, e intensità luminosa. Ogni grandezza richiede un campione adeguato; il passaggio da una misura ad un'altra è fondamentale. Uso delle marche: occorre essere precisi nel rapporto tra le marche. Costruire un multiplo o un sottomultiplo di una grandezza è operazione richiesta dalle Indicazioni e con l'alunno, il ragazzo occorre operare sempre empiricamente, ed essere consapevole dell'opportunità dell'introduzione dei multipli di una grandezza.	convenzionali

Porto San Giorgio 26/01/2012

IL CONCETTO DI MISURA NELLA PRATICA DIDATTICA.

Prof. Piccione Maria[2]

II PARTE

Costruzione del concetto di misura.	
Gli spazi geometrici devono essere sempre una costruzione che segue l'esperienza personale, non che la anticipa. Un alunno della scuola media deve pensare un punto come un piccolo granello di sabbia; questa era l'idea concreta che aveva Euclide. Dare la definizione di punto o di retta è un errore teorico perché una definizione di retta non si può dare, non esiste, l'unica definizione è quella assiomatica. Noi non sappiamo cos'è un punto, cos'è una retta, che cos'è un piano. Punto, retta, piano sono esattamente ciò che soddisfa il comportamento di certe regole ovvero il comportamenti stabilito da alcuni assunti. Noi possiamo dire che per un punto passa una sola retta rispetto ad una retta data secondo il secondo assioma di Euclide, ma possiamo anche dire che per un punto esistono due rette che non incidono una retta data. Dopo il 1830 ci fu una rivoluzione di geometria che portò a concludere che alcuni termini non si possono definire. Il lavoro didattico, anche fino alla scuola media, deve essere un lavoro che conduce alla costruzione dei concetti a questi "nocciolini astratti" dove si condensano le proprietà di una classe di immagini mentali prodotte attraverso l'esperienza sensoriale e di movimento. Ricordo ancora una volta la frase di Francesco Speranza: "la geometria è una schematizzazione estrema delle nostre esperienze sensoriali e di movimento". In una scuola d'infanzia e primaria occorre esperire il mondo circostante attraverso i sensi.	Spazi geometrici. Punto Definizioni Didattica per la costruzione di concetti
Come si costruisce un'unità didattica? Un'unità didattica si colloca in una certa fase del lavoro dell'insegnante e può essere organizzato in tanti modi. Non esiste un unico modo per lavorare bene e certi apparati, oltretutto, sono anche un pochino faticosi da gestire. Costruire un'unità didattica è importante perché costringe a una selezione. Tale costrizione non si addice alla didattica specie delle insegnanti di scuola materna; il modo in cui coinvolgono i bambini intorno alla soluzione dei problemi non è soggetto alla soluzione di uno schema dove ci si inserisce l'operazione che serve, ma ogni bambino liberamente deve costruire il suo schema mentale e se il docente vuole indagare su questo schema mentale fa un lavoro di tipo cognitivo utilissimo. La meta cognizione è uno strumento fortissimo nella costruzione dei concetti e più in generale della educazione della mente. Chi fa una riflessione sul come agisce, che	Come e perché costruire un'unità didattica.

[2] Relazione sbobinata e non rivista dall'autrice.

cosa ha fatto, che cosa ha provato, è una esperienza che fin dalla scuola dell'infanzia se la porta dietro per tutta la vita. E' utile indagare sulla mappa concettuale del bambino/ragazzo e poi indagare anche come ha risolto un problema, quale schema mentale, strategia ha usato. Il docente deve insegnare a ragionare, non dire all'allievo come fare l'operazione o come condurre una soluzione. E' stata svolta un'indagine, è risultato che molti bambini si sono annoiati prima di fare un problema perché hanno dovuto esercitarsi a fare tante operazioni. La cosa importante in matematica è dare l'esempio, come nella vita peraltro. L'educazione matematica non riguarda tanto i concetti quando il modo di costruire quei concetti, l'educazione matematica è educazione allo **sviluppo di un comportamento mentale.** Cosa ci dice Pellerey a questo proposito? Come si educa a un comportamento mentale? Dando luogo a esperienze in cui quel comportamento mentale viene messo in atto. Per questo è necessario una serie di domande per procedere e occorre avere la forza di non bruciare le tappe. Questo è fondamentale. Se il docente blocca le modalità spontanee del bambino perché gli insegna lo schema, non favorisca certi processi di organizzazione spontanea e di educazione dell'organizzazione del pensiero. L'unità didattica a prima vista può sembrare un atto che tende a una costrizione: per insegnare bene devi fare questo, ma riflettendo, essa va valorizzata. Il docente dice: "mi fermo e rifletto non lascio tutto alla spontaneità, costruisco una professionalità accurata. Prima di andare in classe cosa faccio?" La risposta è:"Devo entrare in classe con un problema e con una domanda che ovviamente pone o propone un problema". In questo senso l'unità didattica, poiché prevede all'inizio l'indagine sulle conoscenze pregresse, indagine che avviene attraverso la conversazione cosiddetta clinica, cioè delle domande, una intervista, è utile e costringe il docente ad una riflessione anticipata: che cosa sa questo bambino? Una riflessione anticipata anche su quali possono essere le domande da fare in classe e questa è una delle caratteristiche della didattica per concetti. Secondo il modello di Damiano, Novak ed altri, non si comincia a parlare di misura ad es. senza sapere che cosa sa quel bambino, che cosa pensa della misura. Il professore di scuola superiore quando fa la sua lezione sulla pressione deve sapere quante volte i ragazzi hanno sentito parlare di pressione, e le associazioni di idee che emergono consentono al docente di costruire la matrice cognitiva, poi il compito di apprendimento e la rete concettuale. Si capisce che se per ogni argomento l'insegnante dove scrivere la conversazione, diventa un lavoro estremamente oneroso, però deve farlo perché è utile anche se oneroso. Inoltre se riflettiamo sul fatto che per un apprendimento significativo è necessario che ogni oggetto di nuova conoscenza sia affettivamente ed effettivamente collegato con la rete concettuale, la mappa concettuale è chiaro che in questa mappa concettuale anche gli aspetti affettivi devono essere portati alla luce. Un'insegnante ha detto: "non ho risolto ancora il problema di cucire l'abito addosso ad ogni ragazzo". La conversazione clinica aiuta molto perché intanto i bambini uno per uno si sentono coinvolti, considerati dall'insegnante. Questa indagine cognitiva e affettiva fa sentire il soggetto, individuo perché può dire quello che sa, quello che ha sentito, può esplicitare ciò che gli ha fatto piacere e ciò che lo ha frustato. Anche se poi il lavoro non viene tagliato il vestito giusto per quel bambino, è lui stesso che se lo fa su misura perché gli è stato chiesto che cosa sapeva. Quindi questa premessa vuole portarvi davvero a capire che nell'unità didattica, uno dei lavori principali è quello di costruire le domande. Nelle unità che vengono presentate noterete la potenza di	

questa fase, di questa indagine preliminare. L'unità è pensata per la scuola dell'infanzia. C'è sempre una conoscenza pregressa ovviamente solo che il concetto di grandezza è talmente delicato che prima si dovrà lavorare sul concetto di estensione. Che cosa vuol dire estensione? Non si tratta di oggetti geometrici astratti, ma della loro origine concreta, sono gli oggetti che cadono sotto i nostri sensi negli ambienti nei quali viviamo. Gli oggetti si estendono, cioè l'estensione è il fatto che l'oggetto occupa lo spazio. Il concetto di estensione esigerà due cose: una è la dimensione, poco trattata, dobbiamo condurre i bambini a capire che gli oggetti si estendono cioè occupano lo spazio. Come si estendono? Naturalmente in modo diverso perché ad es. c'è un modo di estendersi come un filo, c''è un modo di occupare lo spazio come i piatti e c'è un modo come i solidi e i contenitori. L'estensione ha a che fare con la misura? Certo c'è l''estensione lineare, superficiale quella dei piatti e c'è l'estensione volumetrica o capacità è la stessa cosa dal punto di vista concettuale. Il concetto di estensione volumetrica è rappresentabile al concetto di capacità. Si può dire tranquillamente che un volume è una capacità. Si possono misurare il tempo, gli angoli, tante grandezze omogenee, cioè dello stesso tipo c'è tutta una teoria che riguarda il concetto di grandezza. La misura viene dopo, nel senso che sono due concetti coesistenti, se non ci fossero le grandezze non nascerebbe la misura. L'estensione è un tipo di grandezza, essa è lineare es. l'angolo. Qualcuno come la Carla Alberti chiama l'ampiezza angolare pseudo grandezza ma non tutti sono d'accordo perché è una delle grandezze della geometria, ha le sue unità di misura come il grado, ha le sue proprietà (congruenza ad es.),… Quando due angoli sono uguali? Per fare ciò dobbiamo trasportare il primo angolo sul secondo in modo che un lato coincida e che i due angoli si trovino da una stessa parte rispetto a tale lato comune. Se una volta fatto ciò anche il secondo lato dei due angoli coincide, i due angoli sono uguali. Che cos' è l'ampiezza? E' la caratteristica che accumuna due angoli sovrapponibili. Cos'è l'ampiezza di un segmento? E' la caratteristica, è la proprietà contenuta da quei segmenti che poi possono sovrapporsi. Concettualmente si fa proprio lo stesso lavoro matematico. e' stata chiamata pseudo grandezza perché forse, un angolo, essendo una parte di piano, è vista come una figura piana e quindi ha una certa estensione piana.	Unità per la scuola dell'infanzia sul concetto di estensione.
Il docente rifletta sui contenuti teorici, sugli obiettivi, sulle modalità di effettuare esercitazioni in classe, e li raccolga in uno scritto. Lo schema delle attività, cioè degli strumenti utilizzati è diviso in colonne verticali: cosa fa l'insegnante e cosa fa l'allievo. Obiettivo 1: Esplorazione della realtà, rilevazione di proprietà e osservazione delle libertà di movimento in ambienti fisici diversi. Esplorazione della realtà: si ritrova nelle Nuove Indicazioni e vale per la scuola dell'infanzia, la primaria e la scuola secondaria di primo grado. Esplorando la realtà in matematica si rilevano le varie relazioni di proprietà in libertà di movimento (è poco presentata nel senso che non ci si pensa tanto a questa visione della geometria come identificazione estrema delle nostre esperienze). Come ci si può muovere nello spazio? Quando si pensa alla costruzione di un concetto non ci si riferisce all'età ma al'itinerario di costruzione di quel concetto. Allora il concetto di misura arriva dopo il concetto di estensione e si prevede questo: "Invita a parole e con l'esempio diretto il bambino ad effettuare esperienze di movimento col corpo in	Obiettivo n. 1: esplorazione della realtà

ambienti fisici diversi: lineari - superficiali - spaziali. Esorta il bambino con domande ad esprimere sensazioni e pensieri". L' individuazione delle domande chiave che fanno compiere ad ogni bambino il suo percorso è fondamentale. La sostanza non è lo schema di come si presenta l'unità, ma il percorso mentale che il bambino deve compiere per giungere all'acquisizione della conoscenza. Se si pensa alla forza della riflessione terminale dell'insegnante, si ritiene che questa attività è opportuna e indispensabile. Che cosa dire di attività e competenze? In una prima superiore professionale è stato svolto un lavoro sulla dimensione delle figure frattali, che hanno dimensione non intera (da un gioco nasce un'idea formidabile). Si è scoperto (1970) Mandelbrot, che le figure geometriche non occupano spazio alla maniera delle misure; le linee possono anche non essere contenute in un piano, non solo, una figura geometrica può occupare uno spazio, ma ci sono figure geometriche che l'occupano in maniera non intera cioè che in una modalità fra linea e il piano c'è una distanza (1, qualcosa) oppure addirittura tra il modo di occupare superfici piatte e superfici solide. In una prima professionale e in una quarta liceo scientifico si esortò a muoversi lungo una linea e immaginare di essere piccoli piccoli. Questa attività richiama la Montessori ed è importante per il concetto di dimensione perché il bambino piccolo che deve camminare su una linea diritta, è normale che esca, se la linea non è diritta è ancora più difficile. Se invece si può muovere su un piano ha più libertà di movimento e può capire cos'è la libertà di movimento. Il modo di occupare lo spazio alla maniera delle superfici ha in sé il concetto di dimensione e viene interiorizzato. Dopo l'esperienza corporea, proponiamo di muovere un oggetto. Domande per far esprimere il bambino:" *È più facile/bello muoversi su una linea-su un piano- nella stanza? Come ti puoi muovere sulla linea,etc? Che tipo di libertà hai? Ti viene in mente qualche ricordo?"* Posso muovermi in avanti, per lato, e posso fare anche collina, l'alto e il basso cioè posso muovermi in alto e in basso. I concetti alto, basso fanno parte della geometria di movimento, non hanno niente a che fare con la topologia. Come ti puoi muovere sulla linea? In un modo solo, in un verso o in un altro, possiamo scegliere un'espressione comune che significa questo tipo di movimento, si potrebbe chiamare modo 1. Far notare al bambino che il sopra e il sotto, anzi il davanti e il dietro sono riferimenti naturali del corpo umano perché tutti abbiamo un'asse verticale e se allarghiamo le braccia, ci pieghiamo, ci alziamo, ci mettiamo in trasversale, sono movimenti che ci danno la possibilità di strutturare lo spazio. Per es. quando dico "a terra, in basso, davanti" .e quindi il docente non deve avere paura anche quando i ragazzi sono più grandi perché questa unità che è per scuola dell'infanzia può essere utile anche a un professore di liceo. Quindi anche se il docente si trova a un livello più alto, può rivedere, anzi deve il contenuto mentale dei concetti di base. Tutto questo è interessante per tutti. Un ragazzo di scuola superiore può non fare volentieri il movimento, ma un bambino di scuola dell'infanzia, se è incollato al pavimento non si muove, ma se è libero, puoi spaziare. Si può chiedere: ti viene in mente qualche ricordo? Una volta ti sei trovato in un posto molto piccolo dove non ti potevi muovere? Consideriamo anche il punto, non ci si muove se la vita fosse su un punto, il movimento sarebbe zero,. La linea fa sperimentare il movimento in lungo, e poi in lungo – largo e lungo – largo - alto/basso. Non si può fare geometria senza la livella che mi dà una delle infinite direzioni orizzontali e il filo a piombo che dà la direzione verticale, quella orizzontale è la direzione lungo la quale ci si può muovere, la verticale è quella che conduce al centro della	Esperienza corporea e attività Muovere un oggetto nello spazio

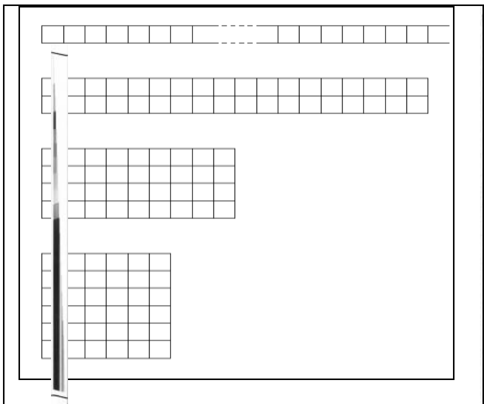
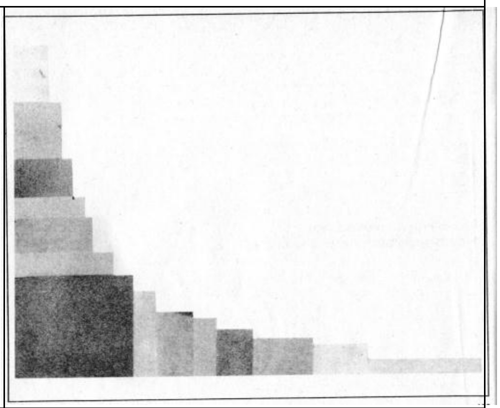
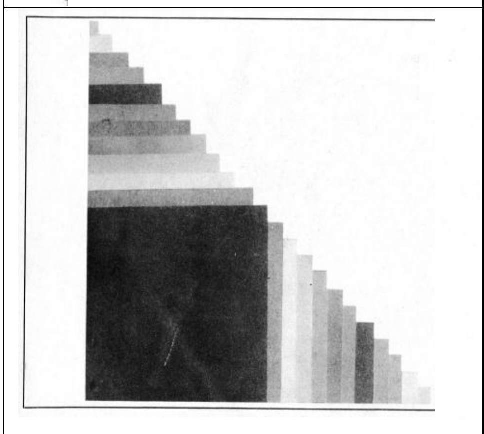
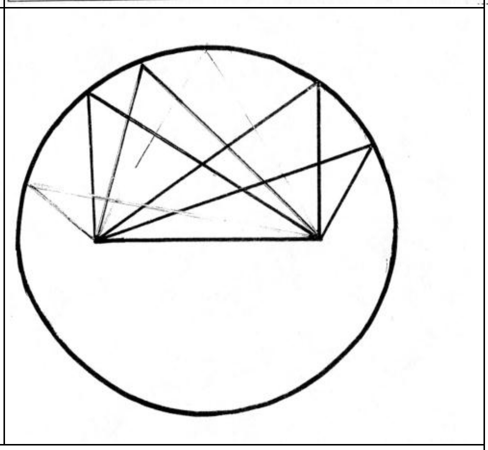
terra. La perpendicolare è una linea sul piano del tavolo ma può essere anche una linea nello spazio.
 La mancanza di questo tipo di lavoro alla scuola primaria e secondaria sull'esplorazione dello spazio, della realtà, anche di una stanza, lascia dei vuoti incolmabili nella mente del bambino/rsagazzo. La Montessori passava quasi tutta la notte a raccogliere le immagini di ciò che era successo in classe la mattina, questo serve per stare accanto ai ragazzi; questo comportamento che le unità didattiche richiedono non è proprio in questa direzione, ma altrettanto significativo. Il docente domanda e annota. Cosa fanno i più grandi ricercatori della matematica di oggi? Si interrogano, non ce ne è uno che non vada dai ragazzi con la cinepresa o con una collega: una pone le domande e l'altra scrive oppure, se è sola, usa il registratore. L'insegnante raccoglie le risposte e le commenta, enfatizza le osservazioni più significative, invita qualche bambino a riprodurre con particolare precisione a ripetere movimenti per sottolinearne le osservazioni emerse. Il metodo è laboratoriale: traccia linee con il nastro adesivo colorato perché le linee per terra possono essere aperte, chiuse. La differenza fra la linea aperta (è un concetto topologico) e la linea chiusa è evidente, nella linea chiusa non posso oltrepassare la linea, ma posso andare per un verso o per l'altro.
Obiettivo 2: "Acquisizione delle idee di oggetto lineare - superficiale – spaziale in relazione alla caratteristica di possedere solo la proprietà *lunghezza* - le proprietà *lunghezza e larghezza* – le proprietà *lunghezza – larghezza e altezza* ovvero acquisizione dei "diversi modi di occupare lo spazio fisico che gli oggetti hanno (acquisizione del concetto di dimensione di un oggetto in senso vago)" non si specifica. Quando si analizza un oggetto, un filo di ferro ad es., che si può piegare, si dà una forma oppure un bastoncino, quell'oggetto resterà una immagine mentale e quando il bambino sentirà la parola linea farà riferimento a queste immagini mentali. L'insegnante ripropone attività analoghe utilizzando come soggetto del movimento un piccolo oggetto che può essere una coccinella, o piccoli dischetti con le faccine colorate (smile),… può insistere sulla direzione: verso la finestra… verso la porta. Quella bacchetta può percorrere in lungo, può andare non solo verso l'alto o verso il basso, ma in lungo; il nostro corpo ha una posizione verticale. Osservando la realtà si cammina portandosi dietro quello che si chiama riferimento naturale. Dovunque ci si sposta in questa stanza ci si porta dietro la verticale perché l'asse del corpo va verso il centro della terra e se si aprono le braccia è una delle infinite lezioni orizzontali. Perché sono orizzontali? Perché me lo dice la livella. Non si può fare regalo migliore ai ragazzi di interpretare dal punto di vista dei concetti della conoscenza e la conoscenza che viene costruita oggi ma che è retaggio culturale dell'umanità e ha radici agli albori delle civiltà.

Non è da sottovalutare quel piccolo oggetto, anche la Montessori lo direbbe. Importante la proiezione su un piccolo oggetto perché questo oggetto piccolo comincia a far intuire il punto geometrico. Se si va sempre in lungo e in largo, che noia! "***Flatlandia: Racconto fantastico a più dimensioni"*** è un classico del XIX secolo scritto da Edwin Abbott. Il racconto appartiene al genere fantastico e racconta la vita di un abitante di un ipotetico universo bidimensionale che entra in contatto con l'abitante di un universo tridimensionale. È un racconto molto popolare tra gli studenti di matematica e più in generale tra gli studenti di facoltà scientifiche, perché affronta da un punto di vista molto originale il concetto di un mondo a più dimensioni. Questo libro è un'anticipazione della quarta generazione che noi non possiamo immaginare è qualcosa che sfugge, non ci sono immagini mentali. Possiamo costruire concetti non veramente esistenti.

Oggetto può essere anche una grande scatola perché la coccinella può andare intorno alle pareti, ma può anche saltare, viaggiare,….

Obiettivo 3: Acquisizione delle idee di ***movimenti fondamentali*** ("in lungo"- "in lungo e in largo"-"in lungo, in largo, in alto/basso") e di ***composizione di movimenti*** nei diversi ambienti linea – piano - spazio. Questo è importantissimo perché prelude alla geometria cartesiana e addirittura al concetto di vettore.

Attività: Invita il bambino a compiere movimenti col corpo e con un oggetto, conducendolo a riconoscere l'esistenza di movimenti fondamentali e a riferire a questi movimenti, spostamenti tra due posizioni in ambienti fisici diversi. Sollecita con domande, raccoglie le risposte e le commenta. Es. Come ti muovi se vai in lungo e ancora in lungo, ma se i su una linea si va in lungo e poi ancora in lungo ho una composizione di due movimenti in versi diversi.
Nell' attività per la scuola secondaria sono stati messi a confronto i due concetti di perimetro e di area col famoso problema degli isoperimetrici ed equiestesi. Due figure: rettangoli isoperimetrici da disporre simmetricamente, i vertici liberi si dispongono su una retta, i rettangoli che hanno tutti la stessa area disposti simmetricamente danno luogo a un iperbole. Se si prendono i triangoli che hanno lo stesso perimetro e la base bloccata (tavoletta con due chiodi) il vertice libero descrive una retta.

Ha senso fare questo perché la matematica descrive il mondo, è una

chiave del mistero che ci circonda e in certe situazione la matematica è come se fosse lo strumento che punta il dito sul mistero, cioè ci sono delle situazioni che con la loro regolarità non possono non farci fermare e guardare questi fatti straordinari. Di fatti straordinari in matematica ne capitano tanti. I docenti di scuola secondaria, affrontano il teorema di Pitagora, che è una delle cose che sorprendono: in un triangolo rettangolo l'estensione del quadrato sull'ipotenusa è la somma delle due estensioni. Nella matematica c'è una bellezza profonda del mondo reale. Mi guardo intorno e vedo la simmetria, la matematica può essere uno strumento per avvicinarsi al mondo, fermarsi e percepirne la bellezza. Quelle regolarità esposte sopra per la scuola secondaria avvicinano proprio a questo senso estetico.	

Porto San Giorgio 2 marzo 2012

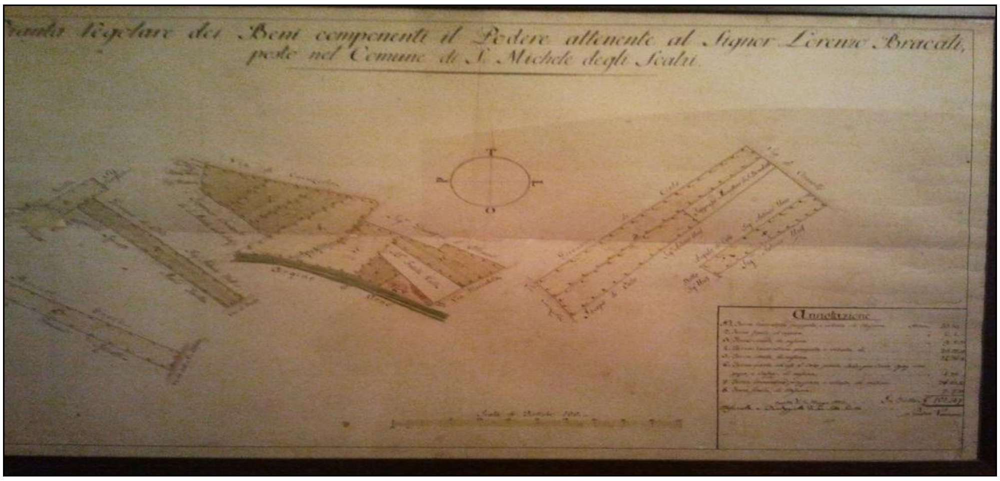
La Misura nel tempo e nello spazio

Prof. Franco Favilli Università di Siena [3]

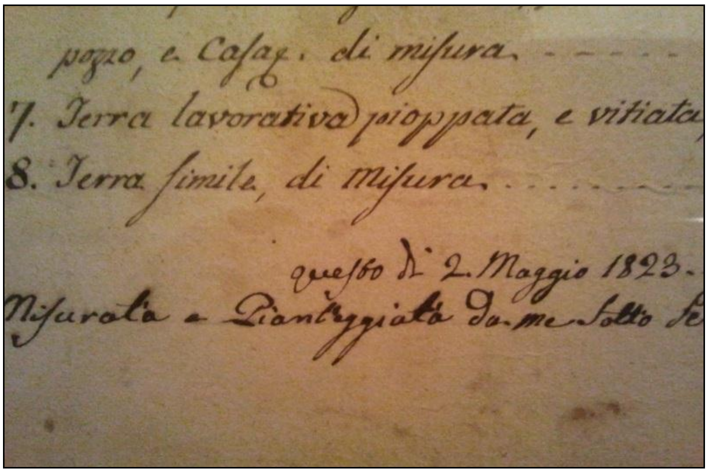
Ho guardato le vostre proposte e quello che vorrei fare oggi è qualcosa di un po' "sghembo" rispetto a quello che state facendo, però, mi permetto di dire che rappresenta un taglio interculturale. La matematica è senza dubbio un prodotto culturale dell'uomo, in quanto inserito in un ambiente, parte di una società. L'uomo ha bisogno della matematica per relazionarsi con l'ambiente e con l'uomo. Ma gli ambienti e le società in cui gli uomini vivono sono diversi, richiedono da essi l'ideazione e la messa in atto di idonee strategie e tecniche di *comunicazione*, che non possono essere a priori le stesse, indipendenti dal contesto ma che, anzi, saranno, in linea di principio, diverse. È pertanto in questo modo che si vengono a creare anche matematiche diverse. Come armonizzare le conoscenze acquisite nell'ambito di ricerche di natura etnomatematica (o sulle matematiche) con dei percorsi educativi in ambito matematico già delineati e, spesso, rigidamente strutturati nei sistemi formativi dei vari Paesi?
Non è un caso allora che, soprattutto a partire dal 1998, vi sia stato un crescendo di iniziative scientifiche (dibattiti, tavole rotonde, convegni, etc.) in cui la questione, anche se non sempre in maniera diretta, è stata oggetto di discussione e di confronto fra un numero sempre più grande di studiosi di educazione matematica. Da ciò discende che le tematiche correlate all'etnomatematica ed alla didattica della matematica in contesti scolastici culturalmente diversi stiano ricevendo un'attenzione significativa nei programmi e nei contributi dei congressi di educazione matematica. In tal modo si sono create le condizioni affinché un numero crescente di docenti sensibili alle modificazioni in atto del contesto culturale delle loro classi, riconsiderino metodologie ed approcci nella didattica della matematica tenendo in grande considerazione le risultanze delle sperimentazioni.
Riflettiamo sul termine "Intercultura"; sono affezionato a questo parola, ma vi do una provocazione: sono convinto che dobbiamo smettere di parlare di intercultura perché oggi come oggi, non è più come 15-20 anni fa non siamo più nemmeno come 10 anni fa, non siamo più nemmeno come l'anno scorso. Il fatto è che ormai gli alunni di cultura minoritaria sono una realtà sempre più evidente, presente. Questa credo che sia una ottima opportunità di crescita professionale per gli insegnanti perché si sono trovati a dover riflettere su situazioni in contesto d'aula nuove, hanno cercato di trovare strumenti metodologici per affrontare situazioni nuove: da 15 anni l'insegnamento di L2 e andando avanti fino ad arrivare a costruire dei curricoli in chiave interculturale. Se io rifletto sul significato, a livello macroscopico è chiaro che se uno è nero, l'altro è giallo, l'altro è verde, se uno parla in arabo, l'altro parla in cinese, mi accorgo delle differenze. Ma perché dobbiamo stare attenti solo e necessariamente alle differenze macroculturali, alle macrodifferenze? Credo non oggi, ma nel giro di poco bisognerà arrivare a cambiare il sistema educativo: essere attento alle singole micro culture che si trovano nell'aula ed essere attenti al singolo alunno, alla persona. Questo fenomeno dell'emigrazione è stata una bellissima opportunità a livello umano nelle scuole, perché ha stimolato il sistema educativo a riflettere sul sistema culturalmente diverso a livello

[3] Relazione sbobinata e non rivista dall'autore.

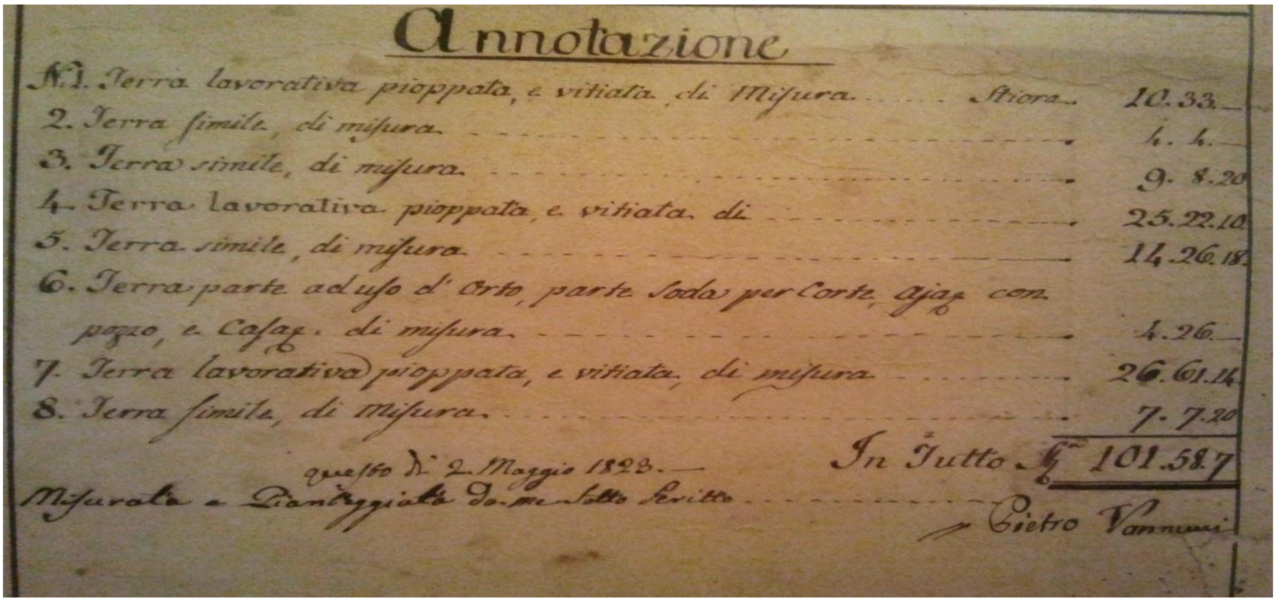
macroscopico; adesso il sistema educativo deve stare il più possibile attento a chi è diverso a livello microscopico. Noi siamo qua 35 persone, se andiamo nel dettaglio ci accorgiamo che fra noi ci sono delle sostanziali differenze. Dobbiamo intenderci sulla parola intercultura. E' avere la pelle diversa? Troppo facile! Vuol dire avere la pelle di un colore invece di un altro? Allora, forti di questa riflessione che stiamo portando avanti ormai da 15-20 anni a livello anche internazionale dovremmo arrivare a considerare il singolo bambino al centro del sistema educativo. Ecco perché auspico che non si debba parlare di Intercultura ma di quotidianità. Quando ho incominciato a parlare di Intercultura nel '95-'96 ero visto come personaggio fuori dalla norma però quando si parlava di Intercultura in matematica si avvertiva qualcosa che andava sottolineato. Io spero che quello che ho detto poco fa non sia più sorprendente e almeno si riesca ad arrivare a ciò che spesso troviamo scritto anche nei documenti a livello ministeriale. Se entro in questa ottica allora differenze culturali riguardo al concetto di misura non vado a cercarlo lontano in Africa, in Amazzonia, in Cina, ma vado a cercarlo qui, a casa nostra. Vorrei insieme trattare il tema "misura" anche in situazioni non strettamente matematiche



In questo documento leggo: pianta regolare dei beni componenti i possedimenti del signor Lorenzo Barcali nel comune di San Lorenzo degli Scalzi, un quartiere periferico allora della città di Pisa.


pozzo, e Casa, di misura. - - - - -
7. Terra lavorativa pioppata, e vitiata
8. Terra simile, di misura. . . . .
questo dì 2. Maggio 1823.
Misurata e Pianteggiata da me sotto

E' datato 2 maggio 1823, registrato al catasto con la firma del notaio



Annotazione

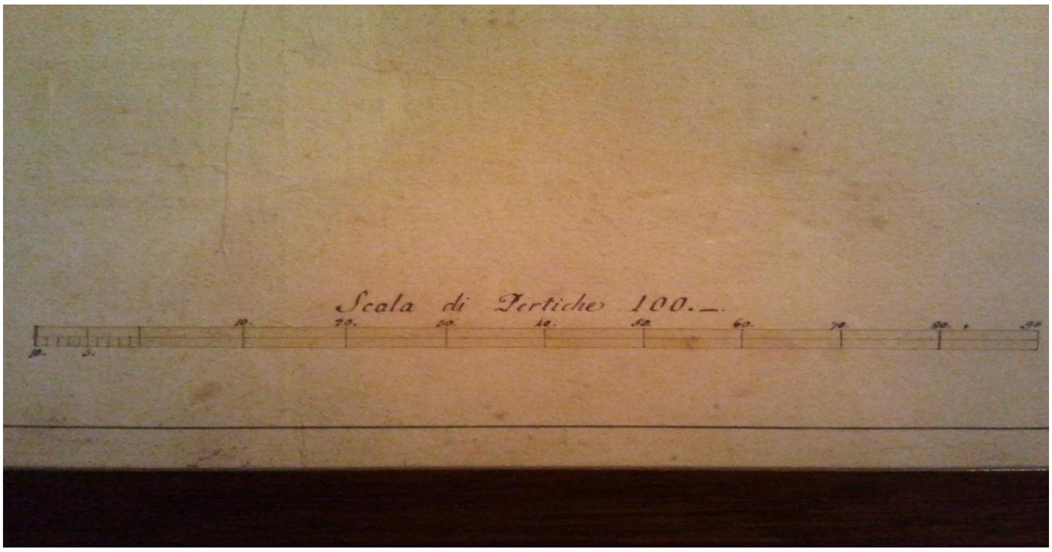
N.1.	Terra lavorativa pioppata, e vitiata, di Misura ... Stiora	10.33.—
2.	Terra simile, di misura ...	4.4.—
3.	Terra simile, di misura ...	9.8.20
4.	Terra lavorativa pioppata, e vitiata di ...	25.22.10
5.	Terra simile, di misura ...	14.26.18
6.	Terra parte ad uso d'Orto, parte Soda per Corte, Aja con pozzo, e Casa. di misura ...	4.26.—
7.	Terra lavorativa pioppata, e vitiata, di misura ...	26.61.14
8.	Terra simile, di misura ...	7.7.20
	In Tutto St.	101.58.7

questo dì 2 Maggio 1823.—

Misurata e Pianteggiata da me sotto scritto ... Pietro Vannucci

In basso a destra nella sezione Annotazioni ci sono i possedimenti del signor Barcali con tutte le misure. Questo interessa perché sono descritti i terreni, il loro utilizzo e le misure.

Unità di misura **STIORA**. Quando mi trovo davanti a un documento di questo tipo mi chiedo innanzitutto cos'è la **stiora** e se i numeri dopo la virgola sono sottomultipli e di che tipo. (9.8.20).



Alla base di questa planimetria c'è uno strumento lineare Scala di pertiche 100….

Si misurava anche con le pertiche.

In aula posso mostrare la planimetria e iniziare un percorso sulla misura che sono figure della geometria, ma sono misure della vita italiana. In tempi antichi si faceva uso di attività di misurazione, più di quanto non si pensi, molto spesso in maniera inavvertita. Quando noi parliamo di misure ci spostiamo subito in matematica che è semplicemente una piccola parte di realtà che noi misuriamo. Sono misure di pezzi che sono dei concetti, non sono oggetti. Nessuno di noi ha mai visto un segmento, un quadrato, un rettangolo, nessuno di noi ha mai visto un cubo. Sono proprietà che fanno definire quell'oggetto mentre in realtà non esistono.

Quindi prima cosa avendo una Lim collegata a Internet si fa una ricerca su Google e si cerca a cosa corrisponde il termine "stiora", nostro interesse è vedere cosa è successo di quel sistema di misura. A partire da questo posso cominciare a pormi il problema: da allora 1823 quale percorso ha fatto la pratica misurazione e come si è giunti a stabilire un sistema standard di misurazione?.

E’ un esempio di una opportunità di associare la riflessione non solo in maniera esplicita nel senso matematico ma anche a .livello storico, geografico. Nel 1823 in Toscana si misurava con la stiora, nelle Marche con quale modalità? Differenze ci sono anche oggi che abbiamo deciso di omogeneizzare per quanto possibile i sistemi di misura. Si può immaginare quante differenze esistessero allora parlando della misura. Come si sono evolute negli anni, nei secoli certe scelte di unità di misura? Si possono cogliere parallelamente le differenze che ci sono state nelle Marche confrontate ad esempio con il Tirreno. Questa è intercultura di casa nostra.
A questo punto simuliamo una situazione di aula. Cosa dice Internet su stiora?
STIORA: (da Wikipedia): "Nella provincia di Firenze, le ***unità locali di misura*** *della lunghezza sono il braccio fiorentino, la canna agrimensoria e il miglio toscano; quelle della superficie usate in agraria sono* ***lo stioro*** *e lo staio.* ***Il valore dello stioro corrisponde a 5,25 are, ossia a 525 m²".***
Piccolo problema: su Wikipedia ciò che sta scritto non è facile a leggere: c’è il braccio fiorentino, …. Poi lo stioro al plurale stiora plurale neutro latino corrisponde a 5,25 are cioè 525 m², gradualmente giungo a decodificare il valore di uno stioro. Ritornando indietro alla planimetria con le misure dei singoli campi, differentemente coltivati, uno può tradurre e leggere con il linguaggio di oggi ciò che era stato scritto più di un secolo fa. Ma volendo si può indagare nel proprio territorio: quando un bisnonno ereditava un pezzo di terra come si misurava?. Cosa vuol dire pertica? A cosa corrisponde?
PERTICA: "La ***pertica*** *è una unità di misura di lunghezza non appartenente al sistema internazionale e* ***non standard****, usata dagli antichi Romani. Si chiamano così sia una misura di lunghezza sia una di superficie ancora oggi usate in alcune zone d'Italia.*

1 Pertica romana antica = 2,964 m

Era divisa in 10 piedi, per cui era anche detta decempeda.
Rimase in uso anche dopo l'epoca romana e fa parte delle unità di misura tradizionali italiane. Alcuni esempi:

1 Pertica torinese = 6,165192 m

1 Pertica bolognese = 3,800983 m

1 Pertica modenese = 3,138 m

1 Pertica bresciana = 2,852803 m

1 Pertica veronese = 2,057489 m

La pertica era divisa in dieci piedi (come la pertica romana) a Bologna; a Torino era di dodici piedi (o due trabucchi), mentre a est (Venezia, Verona, Brescia, Modena ecc.) era solo di sei piedi. in Veneto e a Brescia era anche detta cavezzo. Nella parte centrale della Pianura padana (Milano ecc.), probabilmente per non confonderla con la pertica superficiale, prese il nome di gettata, anche qui di 12 piedi, normalmente divisa in due trabucchi di 6 piedi.
Laddove esisteva la pertica lineare, c'era anche la pertica quadrata, che corrispondeva però alla tavola, concepita come un quadrato di una pertica (o canna o gettata) di lato. L'origine della pertica superficiale sopra indicata (come una striscia larga una pertica e lunga quanto uno iugero, ovvero 24 pertiche) spiega l'enorme differenza tra la pertica quadra (o tavola) di certe zone, come ad esempio il forlivese, rispetto alla pertica superficiale (24 tavole) delle altre".
Che tipo di attività interdisciplinare fareste nel vostro ordine scolastico con questi due parole: stioro e pertica?
Alcuni esempi di attività elaborate dai docenti.
Scuola Infanzia:

- mappa all’interno di una storia con un personaggio fantastico che misura con l’utilizzo di una pertica;
- costruire pertiche personali e confrontare che non sono uguali, riflessione sulla diversità;
- giochi sull’utilizzo delle misure, e discordanza nel trovare la misura esatta;
- tra tutte ne viene scelta una e con questa si misurerà l’orto, ……;

Nel gruppo sezione viene riproposto quello che nel tempo è avvenuto, nel senso che ad esempio la misura pertica non aveva lo stesso valore a distanza di 10-15 chilometri. Il mio auspicio è che queste proposte vengano portate avanti, sperimentate e mi permetto di dire a settembre a Senigallia i laboratori dovete condurli voi.

Scuola primaria dalla classe prima:
- partire da una storia es. Cappuccetto Rosso;
- confrontare il percorso di Cappuccetto Rosso e del lupo (più lungo, più corto) stimolando gli allievi con domande: più lungo perché, più corto perché, più lungo per chi chi;
- costruire un percorso in classe, rappresentarlo, misurarlo e confrontare i valori raccolti;
- osservazione di una planimetria con attenzione particolare alla misura;
- come è cambiata la misura nel territorio con un'intervista ai nonni.
- trovare un documento locale e confrontarlo ad es. con questo di Pisa
- poi ricercare in Internet misure più antiche come lo stioro, la pertica,......

Scuola primaria dalla classe quinta e scuola secondaria di primo grado:
- partire dalle misure di lunghezza
- confronto tra misure arbitrarie e non
- osservazione delle planimetria dalla quale risulta che quel territorio era una zona agricola, scoprire oggi quella stessa zona quale destinazione ha;
- quali erano le coltivazioni di allora;
- come si misurava il terreno allora;
- significato della parola pertica;
- come si misura oggi il terreno;
- periodo storico nel quale si usava quella misura;
- poi dal passato ad oggi cambiamenti di tipo sociologico

Scuola secondaria di secondo grado:
- evoluzione della parola stioro, dal latino… ricerca etimologica della parola, linguaggi diversi che hanno risvolti sul piano economico e sociale; ricerca raffinata sulla scrittura dei numeri 13.5.28 es: sono sottomultipli?;
- notare che la condizione di essere nel giusto è relativa. Ciò scaturisce confrontando le misure nel giro di pochi chilometri e scoprendo che le diversità sono grandi
- ragionare su questo tipo di relatività che ha una tolleranza multiculturale.

Per concludere: **Le Antiche misure italiane** (alcune notizie)
C'è un testo ristampato di recente "Trattato elementare di aritmetica" del Professore Biot che ci somministra tutto ciò che riguarda le prime quattro operazioni sui numeri interi, sulle frazioni ordinarie e decimali.
In tutte le città c'erano le piazze dedicate ai mercati e in molte città ancora si trovano sulle mura delle piazze i segnali delle misure antiche.
Anche nelle monete da 1 euro si trova un ragguaglio delle misure antiche. Le **monete euro italiane** presentano da un lato la cifra espressa in numeri corrispondente al valore della moneta, insieme ai paesi dell'UE (faccia comune a tutti i paesi europei), mentre l'altra faccia (quella che varia da paese a paese) presenta soggetti che rappresentano l'arte e la cultura italiana. La moneta da 1 euro reca il disegno dell'Uomo Vitruviano di Leonardo da Vinci. L'opera di Leonardo è infatti altamente simbolica poiché rappresenta il Rinascimento focalizzato sull'uomo come misura di tutte le cose. Come Ciampi stesso ha osservato, questa rappresenta la "moneta al servizio dell'Uomo" invece dell'Uomo al servizio del denaro.

L'attività "Misure con il corpo" è in relazione con la misura e con alcuni temi di aritmetica (rapporti e proporzioni) e statistica (media, mediana). Ai ragazzi si può far misurare il corpo umano secondo alcune indicazioni di Vitruvio (altezza, peso, lunghezza delle braccia,..) Si

possono fare alcuni calcoli aritmetici e statistici utilizzando queste misure con l’aiuto del software Excel, per ricercare rapporti o correlazioni significative che possono essere correlate alle sintesi di Leonardo da Vinci sull’anatomia del corpo umano.
Sulla base di queste misure assumono un significato le espressioni alto, basso, grasso, magro e per definire la grassezza o magrezza di un individuo si deve introdurre il concetto di massa corporea espressa in g/cm.

“*Vetruvio architetto mette nella sua opera d'architettura che le misure dell'omo sono dalla natura distribuite in questo modo. Cioè, che 4 diti fa un palmo e 4 palmi fa un pie: 6 palmi fa un cubito, 4 cubiti fa un homo, e 4 cubiti fa un passo e 24 palmi fa un homo; e queste misure son né sua edifizi…..Tanto apre l'omo ne' le braccia, quanto è la sua altezza. Dal disotto del mento alla sommità del capo è l'ottavo dell'altezza de l'omo… Dal gomito alla punta della mano fra la quarta parte dell'omo... Dal disotto del pie al disotto del ginochio fia la quarta parte dell'omo*”.

Testo originale:

Vetruuio · architecto mette nella sua · opera · d’architectura ·, che le misure dell’omo sono · dalla · natura distribuite · in questo · modo · cioè · che · 4 diti fā · uno palmo · e 4 palmi · fā · uno pie ·, 6 palmi fā un cubito · 4 cubiti · fā · uno uomo · e 4 · cubiti fā uno · passo · e 24 palmi · fā uno uomo · e queste misure son ne’ sua edifiti; Se tu apri tāto le gābe · che tu cali da capo 1/14 di tua altezza e apri e alzi tanto le braccia che colle lunghe dita tu tochi la linia della somītà del capo, sappi che ’l ciētro delle stremità delle aperte mēbra fia il bellico e lo spatio che si truova infra le gābe, fia triāgolo equilatero.

Tanto apre l’omo nelle braccia · quāto · è la · sua · altezza.

Dal nascimento · de’ capegli · al fine di sotto del mento · è · il decimo dell’altezza · del uomo; dal di sotto · del mento · alla · somī tà · del capo · è · l’octauo · dell’altezza · dell’omo: dal di sopra · del petto · alla · somītà · del capo · fia il · sexto · dell’omo; dal di so pra · del petto al nascimēto de’ capegli · fia · la settima · parte · di tutto · l’omo; dalle · tette al di sopra · del capo fia la · quarta · parte · dell’omo: la maggiore · larghezza · delle · spalle · contiene · in se la quarta parte dell’omo ·, dal go mito · alla punta · della · mano · fia la · quinta · parte · dell’omo: da esso · gomito · al termine della · spalla · fia la octaua parte · d’esso omo: tutta · la mano · fia la decima · parte · dell’omo: il menbro · virile · nascie · nel mezzo dell’omo; il piè · fia la settima · parte · dell’omo; dal di sotto · del piè · al di sotto del ginochio · fia · la quarta · parte · dell’omo; dal di sotto · del ginochio · al nascimēto del membro · fia · la quarta parte · dell’omo: le parti che si truovano · infra il mēto · e ’l naso e ’l nascimēto de’ capegli e quel de’ cigli · ciascūno spatio · per se è simile all’orechio ed è ’l terzo del uolto.

Sitografia suggerita:

lim.dm.unipi.it

risorsedocentipm.indire.it

Porto San Giorgio, 16 marzo 2012

" La Misura: unità didattiche a confronto"

Prof.ssa Maria Piccione[4]

Nelle unità di apprendimento riviste, ho scandito i concetti che avevamo trattato nei precedenti incontri, con gli obiettivi formativi generali, ma soprattutto con quelli specifici. Dalla corrispondenza intercorsa penso che i materiali elaborati siano stati diffusi e che abbiate meditato sul cammino avviato. La serata di oggi avrebbe una organizzazione idonea alla nostra attività proprio quella di un confronto sulle modalità con le quali avete avviato questo lavoro e quali difficoltà, dubbi, avete incontrato.
Due parole generali a proposito del concetto di misura intorno al quale tutte e tre le unità di apprendimento si sviluppano. Il concetto di misura o meglio ancora il processo, il procedimento è uno dei nuclei fondanti del pensiero matematico ed è estremamente importante per gli sviluppi che esso determina non soltanto in ambito matematico ma anche in altri ambiti. Che sia un modo per avviare anche il discorso eppure a livello di approccio iniziale nel senso nella scuola primaria e anche nella scuola secondaria di primo grado è proprio quello di misurare, ancora una volta si misura l'incertezza e come dicemmo il procedimento di misura si applica anche a campi di grandezze che non sono quelli delle grandezze fondamentali: lunghezza, superfici e volumi, massa il tempo che sono poi le tipiche grandezze di cui ci si occupa nella scuola dell'obbligo. Altri concetti ed altre grandezze che pure sono fondamentali (intensità luminosa, intensità di corrente) di una raffinatezza, difficoltà concettuale che fa sì che essi vengano collocati in un livello di scolarità più alto. Ma un lavoro accurato nell'ambito della misura è davvero un porre le basi per lo sviluppo di un pensiero che è molto interessante nella cultura scientifica dei nostri ragazzi e inoltre anche con le integrazioni del Prof. Favilli in ambito interculturale e interdisciplinare. E' bene accogliere questa occasione perché intanto non si può parlare di misura senza toccare, costruire due concetti fondamentali che sono quello di dimensione e di estensione, forse prima ancora l'estensione e poi la dimensione. Una docente sta curando il concetto di estensione angolare sul quale non abbiamo preparato una unità di apprendimento ma che intendo sviluppare non solo per lei, ma per tutti quelli che vorranno utilizzarla. Il concetto di estensione si tratta sempre, ma purtroppo in una maniera che definirei implicita non esplicita quasi non consapevole, ma l'estensione è lo spazio occupato prima che dalle figure geometriche dagli oggetti della realtà. Sono certa di aver detto che la geometria dall'infanzia fino alla terza media deve essere geometria materiale ovvero deve essere coperta del mondo che circonda nelle possibilità di movimento e la struttura dell'ambiente insieme agli oggetti che fanno parte dell'ambiente. Avevo citato l'espressione del prof Speranza: "la geometria è una schematizzazione estrema delle nostre esperienze sensoriali e di movimento". E' l'astrazione delle nostre esperienze sensoriali e di movimento, sono queste alle quali dobbiamo dedicarci in tutto l'arco della scuola dell'obbligo. E' l'osservazione, l'esplorazione sensoriale e l'attenzione al movimento che devono essere i principi guida nello studio della geometria. Di che cosa si occupa la geometria? Delle figure geometriche tutte non solo il quadrato, non solo il triangolo, non solo le figure cosiddette standard, tutte le figure geometriche sono oggetto dello studio della geometria e sono tratte dall'ambiente. Nel momento in cui il bambino osserva il suo piatto e lo rappresenta fa una prima trasformazione, non è più l'oggetto, è la rappresentazione dell'oggetto, ancor meno è l'oggetto quella fotografia mentale, quell'immagine mentale che è il risultato dei processo di percezione prima tattile, di movimento. Le immagini mentali sono qualcosa di intangibile, non si possono toccare si possono solo pensare. Lo diceva proprio un commentatore di Euclide nel V secolo dopo Cristo. E' un concetto attuale quello delle immagini mentali sebbene la didattica le stia utilizzando anche in certi progetti di recupero attraverso l'immagine senso motoria costruiamo immagini mentali che possono essere poi tradotte in rappresentazioni grafiche. Pensate sempre a questo processo. Non si disegna niente che non sia stato elaborato come immagine mentale prima. Quando si enucleano, si mettono insieme le proprietà relative a una medesima classe di immagini mentali si formano i concetti. Abbiate chiaro questi tre livelli

[4] relazione sbobinata ma non rivista dall'autrice.

nella costruzione, in particolare dei concetti geometrici, ma non solo geometrici ma anche aritmetici. Tutti i concetti, a volte si cita il concetto cane o casa. Il concetto casa è portato spesso di esempio a chi si occupa della costruzione di concetti. Che cos'è cane? E' la proprietà che accomuna tutti quegli animali che hanno quattro zampe e fanno bau. E' la proprietà comune ad una classe di oggetti o meglio a una classe di immagini mentali di oggetti. A prescindere dalla presenza dell'oggetto possediamo le immagini, ancor più siamo in grado di gestirle. Possiamo chiudere gli occhi, nominare il rettangolo, ma anche muoverlo e giocarci nella mente. I concetti si formano proprio come proprietà che accomunano le immagini mentali di una certa classe. Il concetto di cane vorrei proprio che lo vedeste come un nocciolino che sta al di sopra di tutte le immagini mentali di cani con i quali siamo venute a contatto. Cos'è casa? lo stesso è quella idea che corrisponde, enuclea mette insieme in un nocciolino condensa, le caratteristiche comuni a ciò che abbiamo sperimentato come casa. Non ci sono immagini mentali e quindi non ci sono concetti se non si passa attraverso questi tre livelli. Nessuno di questi si può saltare. Parlando di immagini mentali per sottolineare che i concetti della geometria sono il risultato di questo processo: far muovere i nostri ragazzi, toccare l'ambiente che vive, sia verbalmente che graficamente il risultato di quelle esperienze che troviamo prima o poi nel registro verbale e grafico. Sono due registri molto importanti essenziali che si integrano l'uno aiuta l'altro e corrispondono in modo diverso a stili cognitivi diversi, alcuni hanno distintivo lo stile verbale, altri lo stile spaziale, vanno sviluppati perché sono rivelatori di che cosa i nostri ragazzi sanno come rimando di immagini mentali. Se voi chiedete ai vostri bambini chiudi gli occhi e dimmi che cosa vedi se dico cinque. Vorrei fare questo esperimento anche con voi potrei chiedere io dico che qualunque risposta è sempre un'ottima risposta. Pensando al numero cinque come cinque oggetti avete rappresentato una quantità (5 mele,…) è proprio la proprietà che accumuna tutte queste immagini mentali, è la proprietà che esprime quella quantità (cinque dita di una mano sono una certa quantità di oggetti: bottoni, mattonelle,…). Possono esprimere il cinque anche con un segno. Questa risposta ci fa riflettere, è il segno che esprime qualcosa ma non c'è dietro un testo, è solo il segno che indica qualcosa ma non c'è la cosa. Uno dei problemi della didattica della matematica in generale ma in particolare dell'aritmetica e dell'algebra è proprio che i ragazzi possono essere indotti o abituati anche per comodità a lavorare solo a livello dei simboli. Il bambino alla ricerca di cosa è cinque se risponde con il simbolo, dobbiamo indagare perché la sua consapevolezza sia pure a livello cognitivo dobbiamo far emergere la consapevolezza del cinque quanto è e quello è il simbolo che lo rappresenta. Vi voglio portare ad apprezzare questo strumento didattico fortissimo a volte si fanno le interrogazioni soprattutto alla scuola media, i compiti in classe abitua teli ad esplicitare cosa vedono, che cosa hanno nella mente i ragazzi; può esserci il ragazzo che più volentieri racconta l'immagine mentale, ci può essere quello che preferisce raccontare immagini verbali. Anche il rispetto dello stile personale è un fatto importante. Naturalmente a proposito degli stili personali ci siamo un po' entrati e se ci si accorge che un ragazzo è verbale dobbiamo dare spazio. Intanto si disegna in geometria o si descrive verbalmente tutto ciò che vediamo, tutto ciò che il ragazzo vede. Come è fatta questa mattonella? Prima ancora di dire che la mattonella è quadrata. I segni sono l'ultimo stadio nello studio della geometria. All'inizio la geometria è esplorazione dello spazio che ci circonda. Ogni oggetto va descritto: come è fatto? Nel momento che l'allievo ci descrive come è fatto stiamo facendo un'attività di tipo geometrico molto interessante. Ad es. tondo è già un concetto, è la proprietà che accomuna tutti gli oggetti che danno questa risposta, come rosso è la proprietà che accumuna tutti gli oggetti investiti dalla luce da radiazioni riflettendo solo quella rossa. E' la proprietà che accomuna da un certo punto di vista gli oggetti. Cinque è la proprietà che accomuna tutte le quantità di oggetti che sono tante quante queste, anche se ancora non lo so che queste sono cinque. Quadrato, sfera sono specificità del linguaggio tecnico è la proprietà che accomuna certe figure, certe forme. In geometria il vantaggio è proprio questo dagli oggetti del mondo fisico, alle immagini ai concetti. Il concetto di figura è ciò che corrisponde in piano astratto ad un qualunque insieme di punti in modo discontinuo o continuo. se io prendessi 7, 10 sassolini messi come voglio quella è una figura che non ha un nome particolare. Se io disegno la linea di un fiore a cinque petali è una figura di un certo ordine, è anche continua. La topologia studia certe proprietà delle figure, ma la topologia non fa altro che studiare le figure è una semplificazione dei nodi concettuali che abbiamo sviluppato è uno dei nodi concettuali della geometria, la forma. In un programma nazionale il nucleo fondante al quale la forma fa riferimento è "lo spazio e le figure". Ci sono varie classificazioni, noi non dobbiamo essere attaccate a nessuna di queste classificazioni magari costruire anche la propria. Un principio: possiamo far sentire, comunicare ai ragazzi l'essenziale: uno – pochi; poi si sviluppano ampiamente, ma i concetti essenziali sono pochi: forma triangolare con tutte le sue proprietà, la forma circolare con tutte le sue proprietà, i quadrati, i quadrilateri e le loro proprietà e poligono inscritti in un cerchio,.. e' tutto studio della forma. Es. quali sono le proprietà della forma di questa mattonella? Due vertici uniti da due segmenti, le chiamiamo diagonali , questa forma ha le diagonali uguali, si tagliano addirittura nel punto di mezzo. Vale anche per i rettangoli, però le diagonali non fanno più l'angolo retto. La geometria studia la forma da un certo punto di vista. La topologia all'opposto, studia la forma ma da un altro punto di vista. Una geometria di cui si parla poco nella scuola è la geometria delle ombre che siano quelle ottenute con raggi paralleli ovvero i raggi del sole oppure con i raggi che accomunano una finestra con la proiezione dei raggi sul pavimento o che accomunano una cartolina investita da una sorgente posta a distanza ravvicinata, (raggi convergenti e non più paralleli). Queste sono altre proprietà della forma.

Un altro nucleo fondante o nodo concettuale uno di quei pochi ambiti concettuali e estremamente potenti. I concetti fondamentali la possiamo vedere applicando questi ambiti concettuali a delle fortissime calamite estremamente attrattive perché intorno a questi concetti fondamentali crescono altri concetti. Non avremmo il concetto di piano cartesiano se non avessimo la misura che si intreccia con l'altro polo concettuale che è quello della estensione. Ma andando a spiegare la misura noi abbiamo visto che dovevamo prima ancora occuparci di questo concetto senza il quale la misura non esisterebbe perché gli oggetti dello spazio fisico occupano lo spazio; l'estensione è lo spazio occupato dagli oggetti. Il concetto di estensione è ben chiaro alla mente di tutti, ma non è implicito, dobbiamo accendere il riflettore. Attraverso l'esplorazione senso –motoria noi costruiamo immagini a partire dai quali schematizziamo gli oggetti. Posso dire oggetto o figura? Le figure fino alla terza media sono principalmente legate agli oggetti. Non possiamo disegnare un quadrato e dire questa figura è un quadrato, va colorata ritagliata, incollata sopra la mattonella, esplicitiamo la faccia di questa mattonella. Studiando la forma degli oggetti troviamo il triangolo, il rettangolo, dal concreto all'astratto. Studiamo gli oggetti a partire da questa semplice proprietà: ogni oggetto occupa lo spazio ma lo spazio non viene occupato alla stessa maniera. Nel momento in cui ci si accorge e si concettualizza che gli oggetti non occupano tutti lo spazio allo stesso modo, costruire le idee anche matematiche in modo intuitivo o come si usa dire vago e rendere queste idee rigorose può intercorrere un cammino talvolta molto complesso. Il concetto rigoroso di numero naturale viene introdotto nell'ambito della conoscenza agli inizi del '900. I numeri reali avevano scosso la scuola pitagorica 400 a.C. fu una crisi dalla quale la scuola pitagorica non si è più ripresa. Uno diventava l'unità e invece il teorema di Pitagora mostrava l'incommensurabilità: un quadrato attraverso il quale si possa misurare. Questo concetto della misura sta alla base della necessità di inventare altri numeri oltre i numeri delle frazioni. La diagonale del quadrato è sotto gli occhi qualcuno avrebbe potuto dire a Pitagora. Quanto tempo c'è voluto, dal 400 a. C.! la diagonale del quadrato era lì, c'era una dimostrazione di tre righe che faceva vedere che non era possibile commensurare, cioè trovo una misura comune, l'unità comune. Ripeto questa unità tante volte e dimostro la diagonale, ma l'intuito ci dice che riducendo l'unità si riesce a coprire questi segmenti. Bisogna arrivare alla fine dell'800 (1877) per avere un concetto di numero reale introdotto rigorosamente. Dobbiamo preoccuparci così tanto del rigore? Dobbiamo preoccuparci di costruire passo passo con correttezza i concetti. Il rigore è il quinto ed ultimo livello della concettualizzazione, è il livello più alto e viene dopo l'astrazione, che viene dopo la classificazione, che viene dopo la distinzione e che viene dopo ancora il riconoscimento cioè l'interpretazione. Questo livello non ci deve preoccupare, certo dobbiamo essere precisi, coerenti con l'apparato teorico ma dobbiamo muoverci con lentezza e non trascurare l'esperienza senso-motoria. Il concetto di misura prende avvio dall'esplorazione dello spazio. Gli oggetti dello spazio fisico occupano tutto lo spazio in un certo modo, ma se prendo questa busta o questo filo o questo vaso, un mattone, un cubo pieno, un armadio posso dire che questa busta occupa lo spazio in modo diverso da quel filo. Le modalità sono ciò che chiamiamo dimensione 1, 2, 3 e il granellino di sabbia dimensione 0 non va in lungo, è la cosa più piccola che noi possiamo pensare. Questo filo e ogni altro filo va in lungo, ha due versi: è dimensione 1. il nome è importante perché ci aiuta a parlare ma non l'essenza della cosa, la natura della cosa. Il granellino di sabbia non va né in lungo né in largo, il pavimento va in lungo e in largo, la stanza va anche in alto. Misurare vuol dire chiedersi la dimensione di un oggetto, quantificare l'estensione di un oggetto, quanto questo oggetto va in lungo, cioè quanta estensione lineare possiede l'oggetto,. Il processo di misura vuol dire proprio stabilire una modalità per stimare questa quantità. La misura di cui ci occupiamo noi a scuola è quella che si usa nella vita, quella che traduce le operazioni che si fanno che si esplicano quando vogliamo quantificare quanta estensione lineare. L'ambito teorico non è molto complesso ma è un argomento da trattare nella scuola superiore. Euclide non ha detto che una retta è una serie di punti allineati, perché allora avrebbe detto una retta è una retta, stare allineati vuol dire stare su una retta. In geometria il punto è la cosa più piccola che possa esistere. Il punto non ha dimensioni; il punto non è largo; il punto non è lungo; il punto non è alto. È l'astrazione di un granellino di sabbia e non possiede né lunghezza, né altezza, né grandezza. Non si può dire cos'è un punto e non si può dire nemmeno cos'è una retta e cos'è un piano. Euclide ha dato delle definizioni e i commentatori di Euclide hanno concordato nell'interpretare queste definizioni come delle spiegazioni soprattutto spiegazioni tese a determinare l'accordo sulla genesi psicologica di tali concetti. Il punto è l'ente senza dimensioni vuol dire prendo una cosa piccola piccola che non va né in lungo, né in largo, né in alto. Quello chiamo punto ma l'idea astratta del punto fa riferimento a questa idea astratta del mondo fisico. E' un oggetto piccolissimo, più piccolo non si può pensare. Linea è ciò che .. quando diciamo il punto è l'ente, la linea è l'ente, ma che cos'è l'ente? Non è una definizione rigorosa. E' ciò che così è scritto nei teoremi di Euclide; possiede solo lunghezza. Linea retta è la linea che giace orizzontalmente rispetto a due punti vuol dire che se io prendo una linea un po' particolare, a quel punto posso riconoscere la sua posizione rispetto ad altro, invece un filo teso per di più indefinito come fa a questo punto a riconoscersi rispetto a questo? Di fatto Euclide dice che per un punto passa una sola retta. Sono proprio queste frasi che definiscono implicitamente i concetti primitivi. Diciamo che questa visione così pulita è una visione della fine dell'800 dovuta a un grande matematico russo Lobacevski costruì una geometria nella quale il postulato di Euclide era abbandonato e si ammetteva l'esistenza di infinite rette parallele, dando luogo al primo esempio di geometria non euclidea. Alla fine dell'800 Riemann definì un'ulteriore geometria nella quale non esistono rette parallele, e dimostrò che se le geometrie non-euclidee contenessero contraddizioni, allora le conterrebbe anche la geometria euclidea. Il che equivale a dire che non è possibile dimostrare il quinto postulato. Euclide aveva capito che si doveva partire da certi concetti dei quali non era possibile dare una definizione rigorosa però non era forse del tutto consapevole che gli assiomi erano una definizione implicita di questi concetti. E' un errore didattico cercare di dire cos'è un punto, cos'è una retta e che cos'è un piano. Allora non si deve, se il libro lo dice voi potete affermare proprio come affermano i commentatori di Euclide che sono modi per spiegare un po', per mettersi d'accordo ma ai vostri bambini, ai vostri ragazzi dovete dire che un granellino così piccolino è un punto. Chiudi gli occhi e lo immagini, quell'immagine è il punto. Questo filo teso è una linea, quando chiudi gli occhi e la immagini in modo tale che si abbia già un passaggio verso l'astrazione. L'astrazione è addirittura il quarto livello secondo i livelli di van Hiele se volete un riferimento teorico. Van Hiele sono due coniugi che hanno studiato la costruzione del pensiero geometrico e che hanno stabilito queste cinque fasi. Il rigore è l'ultima fase, prima facciamo toccare la linea, facciamo muovere la linea, che cosa può fare? Può andare in lungo, c'è un'unica possibilità di movimento, va in lungo verso destra, o verso sinistra, è il verso che cambia. Possiamo far sperimentare le linee nella scuola dell'infanzia sperimentare modalità diverse di espandersi, di estendersi degli oggetti in lungo, in largo, in alto. Chiudere gli occhi e immaginare quello che abbiamo toccato e fare questa pausa, altrimenti i bambini possono pensare che solo loro che formano queste immagini mentali. Toccare e esercitarsi a descrivere sono attività lente e molto cadenzate. La forma è un altro modo di occupare lo spazio ma lo studia dal punto di vista della distribuzione dei punti nello spazio. Tocchiamo varie volte una linea rigida a dimensione di bambino, il banco è un ambiente a misura, appoggiamo delle linee e dopo averle toccate chiudere gli occhi e immaginare la linea. Descrivere che cosa si ricorda: memoria del movimento associata alla memoria visiva. Osservazione delle immagini, descrizione del movimento sono due passi del pensiero geometrico. La definizione: "una retta è un insieme di punti nella stessa direzione" non è stata pronunciata da Euclide, egli non ha parlato di direzione. Il concetto di direzione nasce dopo, Euclide parla di parallelismo. Una esperienza a Barberino del Mugello aveva come oggetto il concetto di direzione. In quell'occasione Euclide non lo aveva teorizzato ma gli uomini primitivi avevano l'idea del concetto di direzione perché il concetto di direzione è legato al puntamento cioè nel momento in cui gli uomini primitivi hanno dovuto indicare un pericolo, hanno indicato con un gesto. Peppe Pea lavora sul concetto di direzione e ha un colpo di genio perché pensa alla bussola. Si può pensare a due cose: alla bussola e al filo a piombo. E' un modo molto buono per sperimentare il concetto di direzione. Tutte le rette che puntano verso il centro della terra con tanti fili a piombo posti alla stessa distanza che cadono tutti allo stesso modo. Nell'esperienza di Beppe Pea fa utilizzare in classe tante bussole anche grandi. I bambini tengono in mano la bussola e tutti guardano il nord perché gli aghi sono tutti indirizzati verso il nord. Non si può fare geometria senza la livella, senza il filo a piombo e senza bacchetta. I bambini possono puntare con delle bacchettine tutti nello stesso modo. Idea della regolarizzazione ci porta a pensare ad alcuni processi che vengono indotti. L'insegnante conduce i ragazzi a regolarizzare le forme: il rettangolo è la figura geometrica aventi quattro lati a due a due uguali opposte e paralleli e da quattro angoli retti. Nel momento che facciamo questo stiamo regolarizzando le forme. Il concetto di direzione è soggetto a un processo di regolarizzazione analogo perché è quello che segue l'idea del puntamento. Il puntamento è una retta , un filo teso, non è tanto il concetto di direzione quanto quello di filo teso. E' un concetto che viene definito attraverso gli assiomi. Gli assiomi definiscono il concetto di retta dicendo come si comportano le rette. Se ne passa una sola, prendo un punto che non appartiene alla retta e … dicendo come si comportano le rette noi definiamo il concetto di retta. Questa è la via assiomatica. Tutto ciò che fa parte della matematica nel senso dei concetti è rigorosamente definito e ci sono due modi per definirlo. ES. Segmento: è l'insieme dei punti tra due punti. Ma che cosa vuol dire tra? Tra (trans a) è una relazione primitiva. Non posso dire cosa vuol dire tra, lo so perché gli assiomi lo definiscono implicitamente. E' l'insieme dei punti di una retta tra due punti, ma non so che cosa vuol dire punto non so che cosa vuol dire retta e nemmeno che cosa vuol dire tra. Sono gli assiomi che dicono quando il comportamento di queste parole introducono rigorosamente. Noi possiamo puntare es. ci mettiamo in fila e puntiamo tutti allo stesso modo con il dito e queste rette, queste bacchette sono tutte alla stessa distanza. Ce lo abbiamo una esperienza nel mondo fisico di tutto ciò? Si punta allo stesso modo: ecco la regolarizzazione. Noi affermiamo questa cosa: puntare tutti allo stesso modo, non verso lo stesso punto. Abbiamo delle esperienze nella realtà fisica (filo a piombo). Possiamo anche dire che questi fili tendono tutti a raggiungere il centro della terra. Comunque possiamo verificare che avendo cinque bussole tutti questi aghi sono indirizzati allo stesso modo. La parola che dobbiamo usare è indirizzati. Due bacchette nel piano del tavolo possono essere messe o convergenti o indirizzate allo stesso modo. Lo spazio cambia perché potrebbero stare né convergenti, né indirizzate allo stesso modo, sono indipendenti. Le fughe delle mattonelle non convergono. I concetti sono sempre qualcosa che accumuna sono sempre l'espressione di una proprietà comune a una certa classe di oggetti. Noi selezioniamo un insieme di oggetti per es. i fili a piombo tenuti dai bambini gli aghi delle bussole oppure i braccini dei bambini indirizzati allo stesso modo. La proprietà che accomuna le rette indirizzate allo stesso modo cioè parallele è la direzione quindi dire che una retta è un insieme di punti che hanno una stessa direzione messe nella stessa direzione, non vuol dire nulla perché prima di parlare di direzione abbiamo bisogno del concetto di retta. Ma il concetto di retta è per noi una bacchetta. Ma dei tre modi di occupare lo spazio, uno prevale sugli altri es. braccio lungo, gambe lunghe,.. il braccio può andare bene, ma se noi rappresentiamo fisicamente il concetto di segmento o parte di retta è più facile prendere delle bacchette, le penne sono troppo corte. La percezione sensoriale deve essere netta tutte bacchettine rosse orientate, il primo che cambia gli altri vanno dietro ma va privilegiata una direzione su tutte? Si, è la direzione del filo a piombo. Questa direzione è tanto importante perché tutte le cose sonno impiantate in direzione verticale. Esiste una direzione orizzontale? E' molto bello nella mentalità matematica usare l'articolo indeterminativo quando l'oggetto è unico come nel caso della direzione verticale perché ce n'è una sola. Esiste una direzione orizzontale? No. Come faccio a riconoscere che una bacchetta è nella direzione orizzontale? Provo con la livella e vado a guardare la bollicina d'aria, o un filo con una pallina infilata e scivola, quando la bollicina sta nel mezzo allora è posizione orizzontale. Come faccio se sono tante? La sposto il modo di puntare è un rappresentante di tutte le bacchette tenute allo stesso modo, quindi non verso lo stesso punto, ma allo stesso modo. Hanno questa proprietà. Vedo bene la direzione orizzontale perché la pallina scivola. Ogni direzione orizzontale fa l'angolo retto con la verticale. Ma se metto una pallina sul pavimento non scivola, se la metto sul tavolo non scivola ma se scuoto il tavolo la pallina scivola. Come le bacchette possono puntare allo stesso modo così i piatti possono giacere allo stesso modo.

Quante giaciture esistono nella stanza? Le pareti sono tutte verticali, giacciono così. Perché si chiama verticale questo giacere così? Perché se prendo un filo a piombo cade a pioggia. Una giacitura è verticale se contiene la direzione verticale. Quante ne esistono? Infinite. Una sola direzione verticale, infinite giaciture verticali (le pareti delle case); una sola giacitura orizzontale infinite direzioni orizzontali. I concetti di direzione e giacitura devono essere inseriti nella attività di osservazione del mondo fisico dove intanto si scopre che gli oggetti occupano uno spazio cioè hanno l'estensione, che lo spazio non è occupato dagli oggetti allo stesso modo ma prevalentemente in lungo, in lungo e in largo, o in lungo, in largo e in alto e possiamo sapere quanto in lungo e in largo cioè quanta estensione lineare superficiale volumetrica gli oggetti hanno e anche come giacciono o come sono indirizzati.
Vorrei sapere che cosa avete provato in classe secondo l'itinerario? Scuola primaria classe quarta: estensione lineare che costituiscono un insieme di grandezze omogenee. Nel linguaggio comune la parola grandezza connota piccolo, grande, mentre noi vogliamo arrivare a parlare di grandezze quindi è bene non porla all'inizio come domanda. E' importante far vedere tre caratteristiche fondamentali che sono alla base del procedimento di misura la confrontabilità e la sommabilità e divisibilità. quando si lavora in termini di misura è necessario sviluppare queste tre proprietà, e utilizziamo la parola estensione: più esteso perché la parola grande non ha a che fare con il concetto geometrico oppure matematico di grandezza ecco perché conviene all'inizio evitare il concetto di grandezza.
Il prof. Villani a proposito delle difficoltà in matematica ne cita una molto interessante: intreccio tra alcuni termini tecnici del linguaggio matematico e alcuni termini del linguaggio comune. Dobbiamo stare attenti a non confondere il concetto di grandezza come concetto di grande estensione. (aggettivo grande e non grandezza) con la parola grande. Quando capita che ci siano parole di linguaggio tecnico e linguaggio comune si fanno emergere le risonanze che ciascuno ha e poi si può precisare quello che il linguaggio matematico rappresenta con la stessa parola. Nella scuola primaria eviterei di parlare di grandezza se non alla fine.
Le unità vanno lette prima dall'inizio alla fine, poi per fase per fase.
E' un' azione della volontà la regolarizzazione. Io regolarizzo le immagini mentali che ho di linea in relazione alle esperienze concrete e la linea è nell'ambiente dove ti puoi muovere solo in lunghezza. E' importante che le idee si formino purtroppo in matematica se non ci sono i termini, le parole tecniche alle quali non corrisponde un bagaglio di immagini mentali. Perché i ragazzi hanno tante difficoltà con i polinomi e le equazioni di secondo grado? Perché dietro a questo segno non c'è nessuna immagine, niente di concreto. Tutta la formazione del pensiero matematico si fonda sul dare senso alle parole e anche ai simboli.

PROGRAMMAZIONE

IV Incontro: 20 aprile – Porto San Giorgio

"La revisione dei curricoli in chiave interculturale a sostegno dell'autonomia scolastica"

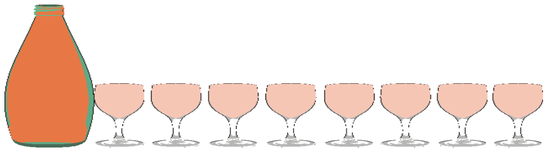
Disciplina : **MATEMATICA**

Dalle relazioni di Maria Piccione e Franco Favilli

Alessandra Berardi CVM

Incontri Prof. Maria Piccione
Primo incontro Porto San Giorgio 20 gennaio 2012
Secondo incontro Porto San Giorgio 26 gennaio 2012
Terzo incontro Porto San Giorgio 16 marzo 2012

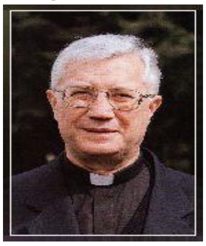
"IL CONCETTO DI MISURA NELLA PRATICA DIDATTICA"



L'aranciata della bottiglia viene versata nei bicchieri e se ne riempiono 8

CONDIVISIONE ALLA BASE DEL NOSTRO LAVORO

- STABILIRE IL CANALE AFFETTIVO TRA DISCIPLINA E ALLIEVO
- IL VALORE DI UNA DISCIPLINA STA NEI MEZZI CHE ESSA OFFRE E NON SOLO NEI CONTENUTI. OGNI CONTENUTO SARA' IMPORTANTE COME MEZZO
- M. PELLEREY: "**INSEGNARE MATEMATICA SIGNIFICA EDUCARE AD UN COMPORTAMENTO MENTALE"**



DIDATTICA PER CONCETTI

- MODELLO DOVUTO A DAMIANO NEL 1995. COLLEGA FORTEMENTE I CONCETTI DISCIPLINARI ALLA STRUTTURA COGNITIVA INDIVIDUALE.
- I CONCETTI RELAZIONATI AGLI ALTRI E COLLEGATI FORMANO LA MAPPA CONCETTUALE
- BEPPE BEA: " **SONO I NESSI TRA CONCETTI CHE DETERMINANO L'APPRENDIMENTO SIGNIFICATIVO"**

Il criterio metodologico anche fino alla scuola media deve condurre alla costruzione dei concetti

Francesco Speranza

- "LA GEOMETRIA E' UNA SCHEMATIZZAZIONE ESTREMA DELLE NOSTRE ESPERIENZE SENSORIALI E DI MOVIMENTO"

Tale frase sottolinea il ruolo fondamentale che l'esperienza senso-motoria svolge nella formazione delle immagini mentali.

CONCETTO DI MISURA

E' UNO DEI NUCLEI FONDANTI O NODI CONCETTUALI DEL PENSIERO GEOMETRICO.

ESTENSIONE
DIMENSIONE
POSIZIONE
MISURA
FORMA

Nell'organizzazione didattica l'esistenza teorica di ciascun nodo è messa in rapporto con l'esigenza di risolvere un problema dell'esperienza comune.

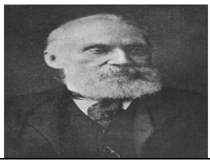
La misura nel tempo

- Contare e misurare sono due

Misurare significa

operazioni fondamentali dell'attività umana

- Si ritrovano in tutte le culture
- Si ritrovano in tutte le società
- E' un'operazione naturale che dalla conoscenza comune è stata elevata a processo della conoscenza scientifica
- **Kelvin** *"Io affermo che quando voi potete misurare ed esprimere in numeri ciò di cui state parlando, solo allora sapete effettivamente qualcosa, ma quando non vi è possibile esprimere numericamente l'oggetto della vostra indagine, insoddisfacente ne è la vostra conoscenza e scarso il vostro progresso dal punto dì vista scientifico".*



- **Quantificare**
- **Stimare da un punto di vista quantitativo che cosa si misura**
-
- **Misurare particolari proprietà degli oggetti**

MISURA IN SENSO OPERATIVO

E' il procedimento più semplice. Si stabilisce la relazione "essere minore o uguale" relativamente ad una qualità di due (o più) oggetti.
In tal modo si produce un ordinamento degli oggetti in base alla qualità esaminata.

confronto diretto

↓

ordinamento

MISURE INDIRETTE

Si ricorre alla misura di una grandezza "equivalente", ovvero si sfruttano relazioni con altre grandezze per le quali si dispone di un campione.
CORRISPONDENZA TRA GRANDEZZE
non misurabili direttamente ↔ misurabili direttamente

↓

confronto

↓

ordinamento

MISURARE E'
Scuola infanzia

Confrontare due oggetti dal punto di vista di una loro particolare proprietà

Scuola Primaria

Acquisire il senso di quantificare cioè stabilire la relazione, essere minore o uguale relativamente ad una qualità

Scuola Secondaria di primo grado

Pensare alla possibilità di misurare il perimetro non con la freddezza, la rigidità del rigore matematico, ma con la fantasia, con la potenza della mente matematica che calcola ciò che non si vede (p greco non si vede ma si raggiunge con un'operazione). Si passare dalla misura in senso operativo alla misura in senso matematico (geometria analitica)

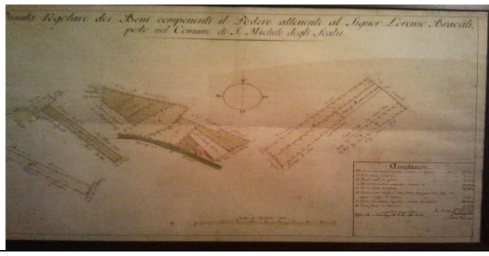
NODO CONCETTUALE: ESTENSIONE

Estensione lineare propria della scuola dell'infanzia es. misurare la lunghezza del tavolo con bacchette

Estensione superficiale: ricoprire la superficie del tavolo con un fazzoletto

Estensione spaziale o volumetrica
FONDAMENTALE PER QUESTI CONCETTI DI BASE E' L'ESPERIENZA

ATTRAVERSO ESSA GLI ALLIEVI PASSANO DA UNA CONOSCENZA SPONTANEA A UNA STRUTTURATA

Costruzione di unità di lavoro UDL SCUOLA INFANZIA: • **ESTENSIONE** UDL SCUOLA PRIMARIA: • **ESTENSIONE SUPERFICIALE** UDL SCUOLA SECONDARIA: • **PERIMETRO E AREA**	**INCONTRO PROF. FAVILLI** **2 MARZO – PORTO SAN GIORGIO** • ESSERE ATTENTI ALLE MICROCULTURE CHE SI TROVANO NELL'AULA • ESSERE ATTENTI AL SINGOLO ALUNNO E CONSIDERARLO AL CENTRO DEL SISTEMA EDUCATIVO • **OGGI L'INTERCULTURA E' LA QUOTIDIANITA'**
TEMA MISURA • CON QUESTA OTTICA IL CONCETTO DI MISURA E' VICINO, NELL'AULA STESSA. • • IL TERMINE MISURA PUO' ESSERE TRATTATO IN SITUAZIONI NON STRETTAMENTE MATEMATICHE	**Pianta regolare dei possedimenti del signor Barcali** 
ATTIVITA' INTERDISCIPLINARI CON LE UNITA' DI MISURA RILEVABILI DAL DOCUMENTO: STIORA E PERTICA *Scuola Infanzia:* - mappa all'interno di una storia con un personaggio fantastico che misura con l'utilizzo di una pertica; - costruire pertiche personali e confrontare che non sono uguali, riflessione sulla diversità; - giochi sull'utilizzo delle misure, e discordanza nel trovare la misura esatta; - tra tutte ne viene scelta una e con questa si misurerà l'orto, ……;	*Scuola primaria* - partire da una storia es. Cappuccetto Rosso; - confrontare il percorso di Cappuccetto Rosso e del lupo (più lungo, più corto) stimolando gli allievi con domande: più lungo perché, più corto perché, più lungo per chi - costruire un percorso in classe, rappresentarlo, misurarlo e confrontare i valori raccolti; - osservazione di una planimetria con attenzione particolare alla misura; - come è cambiata la misura nel territorio con un'intervista ai nonni. - trovare un documento locale e confrontarlo ad es. con questo di Pisa - poi ricercare in Internet misure più antiche come lo stioro, la pertica,......
Secondaria di primo grado - partire dalle misure di lunghezza - confronto tra misure arbitrarie e non - osservazione delle planimetria dalla quale risulta che quel territorio era una zona agricola, scoprire oggi quella stessa zona quale destinazione ha; - quali erano le coltivazioni di allora; - come si misurava il terreno allora, significato della parola pertica; - come si misura oggi il terreno; - periodo storico nel quale si usava quella misura; - poi dal passato ad oggi cambiamenti di tipo sociologico.	*Scuola secondaria di secondo grado* - evoluzione della parola stioro, dal latino… ricerca etimologica della parola, linguaggi diversi che hanno risvolti sul piano economico e sociale; ricerca raffinata sulla scrittura dei numeri 13.5.28 es: sono sottomultipli?; - notare che la condizione di essere nel giusto è relativa. Ciò scaturisce confrontando le misure nel giro di pochi chilometri e scoprendo che le diversità sono grandi - ragionare su questo tipo di relatività che ha una tolleranza multiculturale.
Le Antiche misure italiane La moneta da 1 euro reca il disegno dell'Uomo Vitruviano di Leonardo da Vinci.	**"Misure con il corpo"** misurare il corpo umano secondo alcune indicazioni di Vitruvio (altezza, peso, lunghezza delle braccia,..)

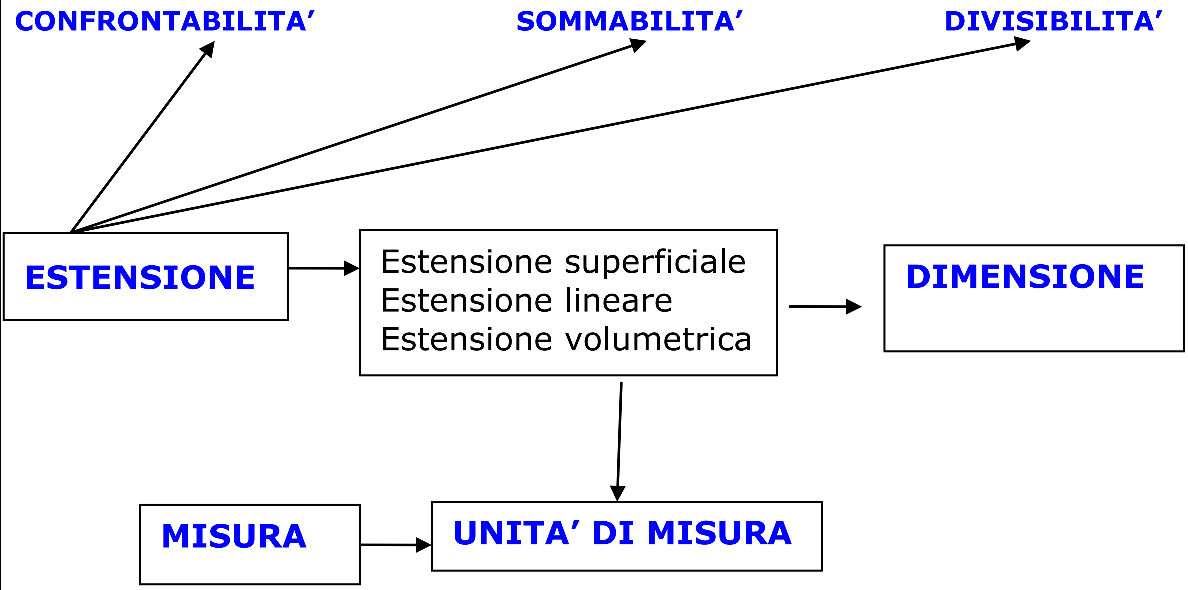
<table>
<tr>
<td>L'opera di Leonardo è infatti altamente simbolica poiché rappresenta il Rinascimento focalizzato sull'uomo come misura di tutte le cose. Come Ciampi stesso ha osservato, questa rappresenta la "moneta al servizio dell'Uomo" invece dell'Uomo al servizio del denaro.

</td>
<td>"Vetruvio architetto mette nella sua opera d'architettura che le misure dell'omo sono dalla natura distribuite in questo modo. Cioè, che 4 diti fa un palmo e 4 palmi fa un pie: 6 palmi fa un cubito, 4 cubiti fa un homo, e 4 cubiti fa un passo e 24 palmi fa un homo; e queste misure son né sua edifizi…..Tanto apre l'omo ne' le braccia, quanto è la sua altezza. Dal disotto del mento alla sommità del capo è l'ottavo dell'altezza de l'omo… Dal gomito alla punta della mano fra la quarta parte dell'omo... Dal disotto del pie al disotto del ginochio fia la quarta parte dell'omo".</td>
</tr>
<tr>
<td>Letture
• "Nel mondo della geometria" - volume 5° Clara Colombo Bozzolo, Angela Costa Carla Alberti (a cura di) Editrice Erickson
• "La matematica. Numeri - figure piane. Modulo A/B. Per la scuola media di Emma Castelnuovo – Casa editrice La nuova Italia
• Da Internet: "Aprire lo sguardo verso la matematica" articolo di Emma Castelnuovo (in M. EMMER, matematica e cultura 2003, Springer)
• Testo della "Lectio Maqgistralis di apertura del festival della matematica del 2007" di Emma Castelnuovo
• Articolo di Beppe Pea "Come appassionarsi alla matematica" Rete Stresa
• <u>Laboratorio di geometria di Pea Circolo Didattico Manerbio del Garda</u>
• "LIBRO GEOMETRIA prima parte.pdf 3.6 MB e LIBRO GEOMETRIA seconda parte.pdf 2.09 MB
• Un testo ristampato di recente "Trattato elementare di aritmetica" del Professore Biot (le prime quattro operazioni, i numeri interi, le frazioni ordinarie e decimali.</td>
<td>SITI:
• lim.dm.unipi.it
• risorsedocentipm.indire.it</td>
</tr>
</table>

Unità di Apprendimento
Docente formatrice: Prof.ssa Maria Piccione – Università di Siena
CONCETTO: Estensione

Dati identificativi	**ANNO SCOLASTICO**	2011-12
	ISTITUTO	
	SCUOLA	Infanzia/ Primaria
	AREA	Matematico – scientifica - tecnologica
	DOCENTE	
	DESTINATARI	Alunni di 5 -6-7 anni ed oltre

MAPPA CONCETTUALE



Obiettivo Formativo: *esplorare la realtà attraverso esperienze sensoriali e di movimento per iniziare la costruzione dei concetti di estensione-dimensione-misura ovvero acquisire l' idea che gli oggetti occupano uno spazio-in modi diversi-in una quantità stimabile; avviare l'acquisizione del procedimento di misura di una lunghezza utilizzando unità arbitrarie e collegando le pratiche di misura alle conoscenze sui numeri.*

Fase 0- Obiettivo: pre-conoscenze sul concetto di estensione

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Per introdurre l'argomento chiede agli allievi di disporsi in cerchio (circle time), spiega la modalità e la funzione di svolgimento della Conversazione Clinica.	Si dispone in circle time e ascolta.
Pone una serie di domande stimolo del tipo: *Che cosa immagini quando dico la parola linea?* *Quali oggetti ti vengono in mente?* *E se dico "una cosa piana" che cosa immagini?* *Quali oggetti ti vengono in mente?* ………………………………………………………………………..	Risponde a turno, individualmente, alle domande stimolo

Organizzazione/Metodo: conversazione Clinica.
Raggruppamento alunni: lavoro gruppo classe.
Mezzi e strumenti: risorse umane; registratore; carta e penna.

Fase 1 – Obiettivo: Esplorare la realtà per
- acquisire l'idea che gli oggetti possiedono una ***estensione,*** ovvero, occupano uno spazio

- rilevare, in ambienti fisici diversi, le diverse ***libertà di movimento*** possibili

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
1) Invita il bambino a parole e con l'esempio diretto ad effettuare esperienze di movimento col corpo in ambienti fisici diversi: lineari-superficiali-spaziali. Gli suggerisce di far finta che il mondo vivibile sia esattamente la linea, il pavimento o la stanza dove lui si muove. Esorta il bambino con domande ad esprimere sensazioni e pensieri: *È più facile/bello muoversi su una linea-su un piano- nella stanza?* *Come ti puoi muovere sulla linea, etc?* *Che tipo di libertà hai?* *Ti viene in mente qualche ricordo?*	Ascolta, ripete per imitazione i movimenti dell'insegnante e risponde (a turno). Immagina la situazione suggerita dall'insegnante. Risponde alle domande esprimendo sensazioni e pensieri.
2) Raccoglie le risposte e le commenta enfatizzando le osservazioni più significative Invita i bambini a riprodurre, con particolare precisione, movimenti per sottolineare le osservazioni emerse	Ascolta l'insegnante. Compie liberamente ulteriori osservazioni e riproduce i movimenti richiesti dalla insegnante

Operazioni/Metodo: laboratoriale - attività ordinata a interiorizzare aspetti salienti dei propri vissuti, conversazione finalizzata a motivare il lavoro e a sintetizzare l'attività svolta
Raggruppamento alunni: gruppo classe, individuale
Mezzi e strumenti: risorse umane; scotch colorato, pavimento, aula, cortile.

Fase 2 – Obiettivi:

- Acquisire l'idea di ***dimensione di un oggetto*** pensata come **modo di occupare lo spazio fisico** da parte dell'oggetto, ovvero come **possibilità di movimento** consentite all'interno dell'oggetto-ambiente (prevalentemente):
  - in *lunghezza*
  - in *lunghezza e larghezza*
  - in *lunghezza, larghezza e altezza*
- Distinguere gli oggetti in oggetti **lineari - superficiali – solidi**

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
Ripropone attività analoghe utilizzando come soggetto del movimento un piccolo oggetto	Ripete le attività non agendo più direttamente, ma utilizzando un piccolo oggetto e proiettandosi in esso.

Operazioni/Metodo: laboratoriale - applicazione a attività diverse di movimenti già conosciuti.
Raggruppamento alunni: gruppo classe, individuale.
Mezzi e strumenti: risorse umane; un piccolo oggetto (animaletto, peluche , dischetto "con faccina che ride"…) scotch colorato, filo elettrico, superfici piatte, grande scatola.

Fase 3 – Obiettivo: Acquisire le idee di ***movimenti fondamentali*** ("in lungo"- "in lungo e in largo" - "in lungo, in largo, in alto/basso") e di ***composizione di movimenti*** nei diversi ambienti linea-piano-spazio.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
Invita il bambino a compiere movimenti col corpo e con un oggetto, conducendolo a riconoscere l'esistenza di due movimenti	Riproduce i movimenti richiesti dall'insegnante.

fondamentali e a riferire a questi movimenti, uno spostamento qualunque tra due posizioni in ambienti fisici diversi. Sollecita con domande, raccoglie le risposte e le commenta. *Come ti muovi se vai in lungo e ancora in lungo (su una linea)?* *Come ti sposti alla fine se vai prima in lungo e poi in largo (in un piano)?* *Se in un piano ti sposti in linea retta tra due posizioni puoi andare dalla prima alla seconda muovendoti prima in lungo e poi in largo?*	 Partecipa alla conversazione , compie liberamente ulteriori osservazioni.

Operazioni/Metodo: laboratoriale - attività ordinata a riprodurre movimenti, conversazione orientata.
Raggruppamento alunni: gruppo classe. individuale.
Mezzi e strumenti: risorse umane; un piccolo oggetto (animaletto, peluche, dischetto "con faccina che ride"…) scotch colorato, corda, superfici piatte, grande scatola, aula...

Fase 4 – Obiettivi:
- ☐ Acquisire le idee di ***estensione lineare – superficiale – spaziale*** come ***quantità di spazio*** *occupato* da un oggetto lineare - superficiale – solido.
- ☐ Formare le idee di ***confrontabilità*** (diretta e indiretta) con conseguenti *ordinamento* e *classificazione*, ***sommabilità*** tra estensioni dello stesso tipo e ***divisibilità*** di una estensione in parti uguali.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
1) Impegna il bambino in attività di confronto diretto tra estensioni.	Compie le attività proposte dall'insegnante e risponde alla domanda.
Chiede: *Come sono queste due cordicelle l'una rispetto all'altra?*	
lo invita a rilevare (rettificando le linee curve) che due linee possono essere lunghe uguali o una più lunga dell'altra.	Ascolta e osserva.
Ripete domanda e conclusione per superfici/ solidi facilmente confrontabili.	
Propone situazioni nelle quali fa eseguire confronti indiretti.	Compie le attività suggerite e fa confronti.
Organizza attività di ordinamento di estensioni e di classificazione con raccolta di oggetti equiestesi in cestini. Afferma che gli oggetti di uno stesso cestino hanno in comune l'estensione.	Esegue attività di ordinamento di estensioni e di classificazioni con oggetti.
Invita a descrivere le esperienze effettuate con disegni e frasi.	Descrive momenti significativi dell' attività con rappresentazioni grafiche e narrazioni
2) Fa sperimentare al bambino la possibilità di addizionare estensioni. Lo invita a congiungere due linee. Chiede:	Compie le attività proposte dall'insegnante.
Che cosa ottieni congiungendo due cordicelle?	Osserva, riflette e risponde.
Lo conduce a dichiarare che la linea ottenuta è più lunga di ciascuna delle linee congiunte.	
Ripete domanda e conclusione per superfici/ solidi facilmente congiungibili.	
Al contrario, lo invita a scomporre una linea in	Ascolta, esegue ed osserva.

due linee e ad osservare che ci sono tanti modi diversi di effettuare tale scomposizione. Lo invita anche a suddividere una linea in parti uguali (2, 3, 4, 5…) e a verificare che l'operazione è più o meno facile, secondo i casi, ma sempre possibile: *Prova a dividere questa cordicella in due pezzi uguali.* *Sapresti dividere una cordicella in tre pezzi uguali?* *Come faresti a dividere la cordicella in quattro pezzi uguali? E in cinque?*	Ascolta, esegue, osserva e risponde.
Fa descrivere il modo in cui compie l'operazione.	Descrive momenti significativi dell' attività con rappresentazioni grafiche e narrazioni accompagnate da impressioni e considerazioni.

Operazioni/metodo: laboratoriale - attività esperienziali finalizzate e ordinate all'approfondimento di concetti, conversazione orientata
Raggruppamento alunni: gruppo classe, individuale.
Mezzi e strumenti: umane; scotch colorato, corde, nastri colorati, automatici o velcro, cestini, colla, penta mini (polimini), penta cubi (policubi), superfici piatte e scatole di varia estensione e forma, recipienti, bicchieri, aula...

Fase 5 – Obiettivo: Avviare al concetto di ***misura di una estensione***, interpretata come la stima della **quantità di spazio occupato da un oggetto** e **di *campione* o *unità di misura***
che è l'**oggetto usato** per effettuare la misura.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
1) Impegna il bambino in attività di ricoprimento di linee di lunghezza diversa con linee più corte tutte uguali. Fa percorrere tracciati rettilinei disegnati sul pavimento "a passi uguali". Ripete attività di ricoprimento/ricoprimento di superfici /solidi-contenitori con oggetti tutti uguali.	Compie le attività proposte dall'insegnante,
Lo invita a contare i pezzi usati/passi compiuti.	Conta gli oggetti usati nei vari ricoprimenti e riempimenti.
Chiede: *Riesci a ricoprire una linea con linee più corte, tutte uguali aggiunte l'una all'altra?* *Può capitare di non arrivare proprio in fondo o di superare un po' l'estremo finale?* *Come fai a verificare qual è la più lunga o la più corta?* fa emergere il problema che unità di misura soggettive o non standard creano problema.	Risponde alle domande e traduce momenti significativi dell' attività con rappresentazioni grafiche e narrazioni accompagnate da impressioni e considerazioni.
Pone domande analoghe per superfici /solidi facilmente ricopribili/riempibili.	Risponde alle domande.
2) Chiede: *Hai mai sentito la parola misura?* Raccoglie le risposte e le commenta.	Rievoca le esperienze effettuate. Ascolta le risposte dei compagni e rettifica, aggiusta o convalida la sua.

Quindi, parte dal caso lineare e dichiara: << Se alla fine del ricoprimento, dici quante linee uguali hai adoperato per ricoprire una certa linea, hai fatto la "*misura della linea attraverso una delle linee uguali*">> *(*)* Nomina la linea base adoperata per il ricoprimento: "*campione*" o "*unità di misura*". Ripete le affermazioni analoghe per i casi delle superfici e dei volumi. Esorta ad eseguire conteggi relativi a ricoprimenti/riempimenti. *(*)* A rigore si dovrebbe parlare di "*misura della lunghezza della linea…*" ma è troppo pesante a questo livello di età.	 Usa, se vuole, i nomi introdotti. Esegue i conteggi.

Operazioni/Metodo: laboratoriale - esercitazioni, utilizzo di materiale selezionato dall'insegnante, conversazione orientata.
Raggruppamento alunni: gruppo classe, individuale.
Strumenti e mezzi: risorse umane; scotch colorato, corde, nastri, superfici piatte e scatole di varia estensione e forma, recipienti, tessere, cubetti, bicchieri aula...

Fase 6 – Obiettivo: Prendere ***consapevolezza*** dell'intero lavoro svolto.
Apprezzare la ***bellezza*** di alcune costruzioni e il ***valore*** di certi passaggi del percorso di apprendimento compiuto.

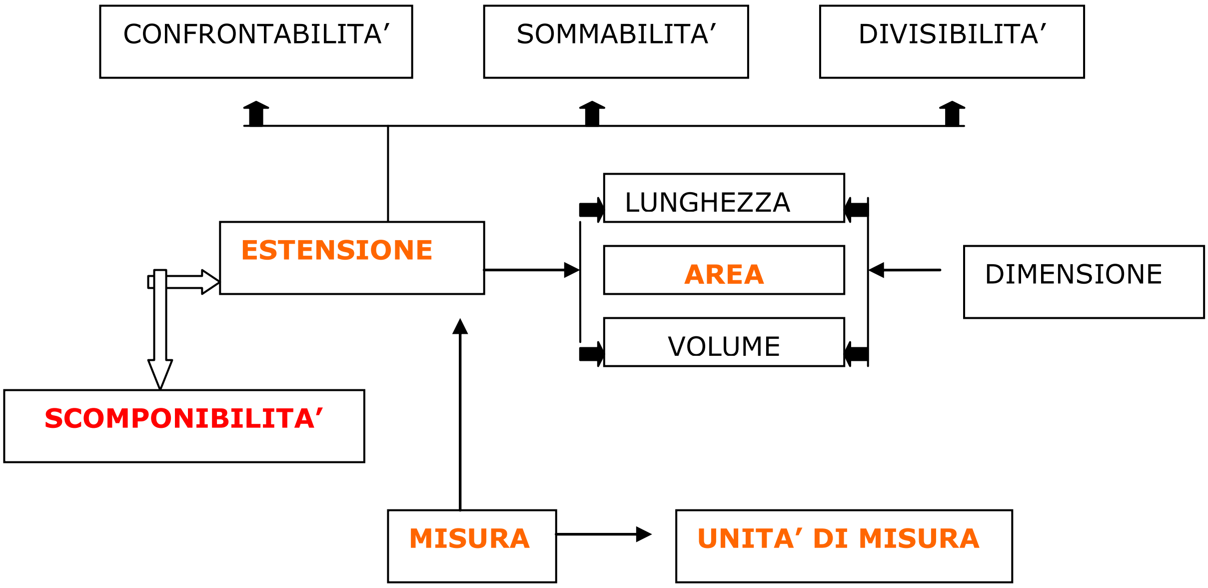
Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'alunno
Invita gli alunni a riguardare le rappresentazioni effettuate sul quaderno (scuola primaria) o su cartelloni realizzati da lei stessa (scuola infanzia). Chiede: *Ti è piaciuto questo lavoro?* *Quale attività in particolare?* *Che cosa ti è sembrato difficile?* *A che cosa è servito il lavoro fatto*? *Ti è venuta in mente qualche altra attività che ti sarebbe piaciuto fare?* Invita a disegnare l'esperienza più interessante esplicitando il perché.	Ripercorre con la guida dell'insegnante quanto realizzato nell'unità didattica. Riflette e risponde. Disegna ed esplicita sensazioni e sentimenti.

Organizzazione/Metodo: meta cognizione; conversazione guidata; attività grafica.
Raggruppamento alunni: lavoro individuale; con gruppo classe -sezione
Mezzi: cartelloni di classe; quaderno.

Unità di Apprendimento:
Docente formatrice: Prof.ssa Maria Piccione – Università di Siena
Concetti : Estensione superficiale (area)

Dati identificativi	**ANNO SCOLASTICO**	2011-12
	ISTITUTO	
	SCUOLA	Primaria
	AREA	Matematico – scientifica - tecnologica
	DOCENTE	
	DESTINATARI	Alunni di classe ……….

MAPPA CONCETTUALE



Obiettivo Formativo*: costruire i concetti di area e di misura dell'area di una figura (in particolare di un poligono); intuire come gli strumenti matematici appresi siano utili per operare nella realtà*

Fase 0a - Obiettivo: indagare sulle *conoscenze pregresse* possedute dai ragazzi relativamente ai concetti di:
estensione di un oggetto (*lo spazio occupato da un oggetto*)
dimensione di un oggetto (*il modo in cui un oggetto occupa lo spazio)*
estensione lineare/superficiale/solida *(lo spazio occupato da un oggetto alla maniera di una linea/superficie/solido)*

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Per introdurre l'argomento chiede agli allievi di disporsi in cerchio (circle time), spiega la modalità e la funzione di svolgimento della Conversazione Clinica. Anima una conversazione guidata da domande: *Se dico che ogni oggetto dell'ambiente che ti circonda occupa uno spazio, sei d'accordo?* *Un mattone, un foglio, un filo occupano lo spazio allo stesso modo?* *Hai mai sentito le parole linea/superficie/*	Si dispone in cerchio e ascolta. Risponde descrivendo i propri pensieri, ricordi, facendo esempi ed eseguendo le operazioni richieste.

solido? *Un filo può rappresentare una linea? Un foglio, un mattone che cosa possono rappresentare?* *Scegli un oggetto solido in questa stanza. Percorri con un dito una linea/spazza con la mano una superficie. Disegnale sul quaderno e evidenziale con un pennarello.* *Come fai a riconoscere un oggetto lineare/una superficie /un solido?* *……………………………………………………………………..*	 Sceglie l'oggetto solido, esegue le indicazioni, disegna. Risponde.

Organizzazione/Metodo: conversazione Clinica.
Raggruppamento alunni: lavoro gruppo classe; individuale
Mezzi e strumenti: materiale presente nell'ambiente, pennarelli, quaderno.

Fase 0b – Obiettivo: indagare sulle ***conoscenze pregresse*** possedute dai ragazzi relativamente ai concetti di

1. **grandezza geometrica** e **fisica** in particolare estensione lineare/ superficiale/volumetrica - capacità
2. **confrontabilità - sommabilità - divisibilità** di grandezze dello stesso tipo
3. operazione di **misura** di una grandezza
4. unità di misura o campione di una grandezza

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Riprende la conversazione clinica per individuare ulteriori conoscenze pregresse. Indaga sulle immagini mentali individuali. *Immagina una linea/una figura piana. Disegna qualche linea/qualche figura piana su un foglio.* *Come fai a confrontare due lunghezze/ superfici /solidi-contenitori?* *Come fai ad aggiungere due lunghezze/ due o più superfici /solidi-contenitori l'uno all'altro?* *Come fai a dividere una lunghezza/superficie /solido in parti uguali?* *Ti è capitato di sentire la parola misura? Quando?* *Hai mai misurato usando i numeri? Come hai fatto?* **………………………………………………………………**	Risponde alle domande, descrivendo le proprie immagini mentali ed esplicitando le proprie idee. Esegue rappresentazioni grafiche. Ripensa alle esperienze effettuate in passato e risponde.

Organizzazione/metodo: conversazione guidata;rappresentazione grafica.
Raggruppamento alunni. lavoro gruppo classe; individuale
Mezzi: oggetti comuni; pennarelli/ carta.

Fase 1 – Obiettivi: operare la ***ricostruzione*** dei concetti precedentemente indagati, con attenzione alle componenti affettive e meta cognitive dei soggetti. Collocare consapevolmente nella mappa concettuale i concetti di

- ***dimensione***
- ***estensione lineare/superficiale/volumetrica.***

Introdurre i termini: ***perimetro/area/volume***.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Riprende le risposte e le osservazioni degli alunni più significative, propone esercitazioni pratiche per rettificare misconcetti, fa ripercorrere i passaggi necessari indicati in unità di lavoro precedenti. Chiede di esplicitare le immagini mentali	Partecipa attivamente alla ricostruzione concettuale, descrivendo le idee che sono state ricomposte e le relative immagini mentali.

individuali. Introduce i termini *perimetro/area/volume* per indicare rispettivamente: • *l'estensione lineare (lunghezza) del contorno di una figura piana* • *l'estensione superficiale di una figura piana* • *l'estensione volumetrica di una figura solida.* Verifica l'uso appropriato di tali termini.	 Risponde alle domande sui termini *perimetro/area/volume* utilizzando la mano per indicare gli elementi richiesti oppure colorando contorni e interni di figure.

Organizzazione/metodo:attività di meta cognizione; di descrizione; esercitazioni pratiche.
Raggruppamento alunni. lavoro gruppo classe; individuale
Mezzi: oggetti comuni; pennarelli/ carta.

Fase 2 – Obiettivi: Acquisire i procedimenti di *scomposizione/ricomposizione* di figure geometriche.
Comprendere le seguenti **proprietà fondamentali**:

- l'area di una figura è la ***somma*** delle aree delle figure che la compongono
- se due figure sono ***equiscomponibili*** allora occupano la stessa parte di piano, ossia hanno la stessa area(*).

(*) Per i poligoni, è vero anche il viceversa: "*se due poligoni hanno la stessa area allora sono equiscomponibili*", ma non va detto ai ragazzi.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Presenta un materiale strutturato atto ad evidenziare il legame tra i concetti: *area di una figura-area dei pezzi componenti.* Fa eseguire attività del tipo: • costruire figure diverse con un dato insieme di "pezzi" (figure base) • scomporre una stessa figura in più figure da ricomporre in modo diverso (Tangram) • costruire figure uguali con insiemi diversi di figure base Pone due domande fondamentali: • *Che relazione c'è tra la figura grande e le figure base?* • *Secondo te, due figure fatte con gli stessi pezzi occupano la stessa parte di piano?*	Ascolta ed osserva il materiale presentato dall'insegnante. Partecipa all'attività di composizione e scomposizione di figure. Compie osservazioni. Riproduce attraverso disegni alcune composizioni realizzate. Espone il suo pensiero in risposta alle domande.

Organizzazione/metodo: osservazione di materiale strutturato; attività di costruzione di figure; conversazione guidata.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: collezioni diverse di 4-5 figure poligonali base, tangram, piani di appoggio, piastrelle poligonali (triangolari, quadrate, rettangolari, esagonali,…)

Fase 3 – Obiettivo: Giungere al seguente risultato fondamentale: *l'area di una figura scomponibile in figure base* ***uguali*** è uguale all'area della figura base ripetuta tante volte quante sono le figure della scomposizione.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Presenta un materiale strutturato atto ad evidenziare la relazione: *area di una figura-area della figura base* usata per la composizione.	Osserva il materiale e ascolta.

Invita ad eseguire attività del tipo: • realizzare figure con tessere uguali • realizzare figure su carte reticolate a maglie uguali (o su geopiani a celle uguali) • contare in ciascun caso il numero delle tessere usate/maglie occupate Chiede: *Che relazioni vedi tra la figura e la figura base? Sai dire quanto è l'area della figura rispetto all'area della figura base?*	Esegue l'attività di realizzazione di figure e di conteggio. Esprime osservazioni. Risponde alle domande.

Organizzazione/metodo: osservazione di materiale strutturato; attività operative di costruzione di figure; di conteggio; conversazione guidata.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: collezioni di tessere uguali, carte reticolate e geopiani a celle uguali (triangolari, quadrate, rettangolari, esagonali,…), materiale per colorare, elastici.

Fase 4 – Obiettivo: Costruire i concetti di *misura dell'area di una figura piana* interpretata come **stima numerica della estensione superficiale della figura** e di ***campione*** o ***unità di misura*** interpretata come **l'estensione della figura piana usata** per effettuare la misura.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
1) Riprende l'attività precedente e afferma: <<Adesso sai trovare la *misura dell'area di una figura (piana)* rispetto alla figura base della sua composizione: basta contare il numero delle figure base uguali usate. Ognuna di esse si chiama *campione* o *unità di misura* >>. Presenta varie composizioni e chiede, per ognuna, di indicare il numero che esprime la misura dell'area della figura e la figura unitaria utilizzata.	Ascolta, apprende i termini introdotti e li usa nelle situazioni presentate dall'insegnante. Osserva le composizioni ed esegue le consegne.
2) Propone un'attività con materiale strutturato che evidenzia la possibilità di usare figure di area diversa per comporre una stessa figura. Invita a: • ricoprire una stessa figura di estensione diversa con tessere uguali • realizzare una stessa figura su carte reticolate a maglie uguali (o su geopiani a celle uguali) di estensione diversa • contare in ciascun caso il numero delle tessere usate Chiede: *Che cosa fa il numero-misura quando cambia la figura unitaria?*	Svolge l'attività di ricoprimento/realizzazione di figure. Conta le tessere/celle utilizzate Risponde alla domanda e compie osservazioni sulla dipendenza del numero-misura dall'area della figura unitaria considerata.

Organizzazione/metodo: manipolazione di materiale strutturato; attività di ricoprimento e realizzazione di figure; conversazione guidata.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: collezioni di tessere uguali, carte reticolate e geopiani a celle uguali (triangolari, quadrate, rettangolari, esagonali,…), materiale per colorare, elastici.

Fase 5 – Obiettivo: risolvere il problema della ***misura dell'area di un rettangolo*** (nel caso in cui le lunghezze dei suoi lati sono commensurabili) e, in particolare, del ***quadrato***.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Presenta un materiale costituito da una tavoletta rettangolare e da tessere quadrate (con "lato sottomultiplo" di ciascun lato della tavoletta) di tre estensioni diverse: Invita a: • raggruppare le tessere per estensione • ricoprire la tavoletta rettangolare con le tessere di uno stesso raggruppamento, a partire dalle più grandi. • contare in ciascun caso il numero delle tessere usate.	Osserva il materiale. Partecipa all'attività di realizzazione di figure.
Chiede di trovare un procedimento che abbrevia il conteggio.	Esprime le sue ipotesi.
Aiuta a scoprire che il numero complessivo di tessere è il prodotto tra il numero delle unità lineari che compongono la base per quello delle unità lineari che compongono l'altezza del rettangolo.	Segue l'insegnante nel processo di scoperta del risultato che risolve il calcolo della misura dell'area del rettangolo.
Chiede di rappresentare graficamente il procedimento per calcolare l'area del rettangolo.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.

Organizzazione/metodo: manipolazione di materiale; attività di raggruppamento; ricoprimento e conteggio; elaborazione di ipotesi; verifica; attività grafica.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: una tavoletta rettangolare, tre collezioni di tessere quadrate uguali adatte a ricoprire la tavoletta, fogli da disegno, materiale per colorare.

Fase 6 – Obiettivo: risolvere il problema della *misura dell'area di un poligono*. Precisamente:

- ***quadrato***, come particolare rettangolo
- ***triangolo-rombo-parallelogramma-trapezio***, come figure equiscomponibili con un rettangolo
- ***poligono, in particolare, poligono regolare***, come figure scomponibili in triangoli.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Consegna alcune figure (triangolo, rombo, parallelogramma, trapezio, pentagono regolare, esagono regolare, poligono generico) di cartoncino, ciascuna da ritagliare lungo linee segnate. Dal taglio, ogni figura resta scomposta in figure ricomponibili in un rettangolo. Per ogni caso, invita l'alunno a realizzare la ricomposizione e lo guida nella determinazione di una regola per calcolare l'area della figura.	Osserva il materiale consegnato. Partecipa all'attività di divisione e ricomposizione delle figure. Fa osservazioni. Segue l'insegnante nel processo di scoperta del risultato che risolve il calcolo della misura dell'area del rettangolo.
Invita l'alunno a rappresentare graficamente l'attività svolta.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.

Organizzazione/metodo: manipolazione di materiale; attività di ricomposizione; elaborazione di ipotesi; verifica; attività grafica.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: cartoncini di varia forma (triangolo, rombo, parallelogramma, trapezio, pentagono regolare, esagono regolare, poligono generico) fogli da disegno, materiale per colorare.

Fase 7 – Obiettivi: Affrontare il problema della *misura dell'area di una figura non poligonale*. Avviare al concetto di ***approssimazione*** nel processo di misura.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
1) Mostra 3-4 figure non poligonali di varia forma (foglia, laghetto, regione geografica, cerchio) di materiale trasparente. Pone il problema: *Come facciamo a calcolare l'area di una figura come questa?* Aspetta che il bambino avverta la difficoltà, raccoglie le proposte.	Familiarizza col problema. Fa osservazioni.
Avvia un'operazione di *confronto:* invita ad appoggiare la figura su carte reticolate e a contare il numero delle maglie • che cadono all'interno della figura • che bastano a ricoprirla completamente. Conduce alla conclusione*:* *la misura dell'area della figura è compresa tra i due numeri.*	Compie le attività proposte dall'insegnante verso la soluzione del problema.
Invita a illustrare graficamente l'attività svolta.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.
2) Suggerisce un'altra operazione di *confronto:* invita il bambino a costruire • un poligono avente i vertici sul contorno della figura • un poligono avente i lati tangenti al contorno della figura.	Costruisce i due poligoni seguendo le indicazioni dell'insegnante. Familiarizza col problema. Fa osservazioni.
Propone di misurare l'area dei due poligoni. Apre una discussione sulla scelta più conveniente dei poligoni. Conduce alla conclusione*:* *la misura dell'area della figura è compresa tra le misure delle aree dei poligoni considerati.*	Compie le attività proposte dall'insegnante verso la soluzione del problema.
Chiede di rappresentare graficamente l'attività svolta.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.
Considera il caso del cerchio. Alle attività di confronto indicate, ne aggiunge una terza fondamentale: il confronto con l'area del quadrato avente il lato uguale al raggio.	Esegue le attività richieste.

Organizzazione/metodo: manipolazione di materiale; costruzione di ipotesi; verifica delle ipotesi; attività grafica.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: 3-4 figure non poligonali di varia forma (foglia, laghetto, regione geografica, cerchio) di materiale trasparente, carte reticolate a maglie quadrate con suddivisione più/meno fine, fogli da disegno, materiale per colorare.

Fase 8 – Obiettivi: Introdurre le ***unità di misura*** convenzionali per le aree.
Padroneggiare la ***struttura decimale del sistema di misura*** nella individuazione delle *unità sottomultiple* e *multiple* del metro.
Introdurre i simboli per le ***unità di misura*** considerate.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
1) Presenta un materiale costituito da quadrati	Osserva il materiale presentato.

di lato 1 metro/1 decimetro/1 centimetro realizzati in cartone (legno, plastica). Conduce attività di suddivisione/ricoprimento: • Il quadrato di lato 1 metro si suddivide in 100 quadrati di lato 1 decimetro • Il quadrato di lato 1 decimetro si suddivide in 100 quadrati di lato 1 centimetro • Il quadrato di lato 1centimetro si suddivide in 100 quadrati di lato 1millimetro	Compie le attività proposte dall'insegnante.
Sollecita osservazioni sulle estensioni dei vari quadrati sempre più piccoli, fino al piccolissimo millimetro quadrato!	Fa osservazioni sulle suddivisioni.
Invita a rappresentare graficamente l'attività svolta.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.
2) Realizza nel cortile (piazzale) un quadrato di lato 1 decametro delimitandone il contorno con un nastro teso tra quattro paletti.	Osserva quanto realizzato dall'insegnante.
Guida varie attività di misura di aree (pavimenti aula/corridoio, piani cattedra/ banco/coperchio scatola, campo …) utilizzando il materiale dei quadrati più o meno grandi.	Compie le attività proposte dall'insegnante.
Presenta casi in cui conviene utilizzare quadrati unitari di area diversa per ottenere una misura più precisa.	Fa osservazioni sulle suddivisioni.
Chiede per esempio: *Che ne pensi di utilizzare anche i centimetri quadrati per misurare il piano del tuo banco?*	Risponde alla sollecitazione dell'insegnante e misura il piano del banco con il centimetro quadrato.
Chiede di rappresentare graficamente l'attività svolta.	Rappresenta i passi significativi del lavoro con disegni.

Organizzazione/metodo: manipolazione di materiale; attività di suddivisione e ricoprimento, di osservazione; attività pratiche di misura; attività grafica.
Raggruppamento alunni. lavoro individuale/piccoli gruppi.
Mezzi: collezione di quadrati di lato 1metro/1 decimetro/1centimetro realizzati in cartone (legno,plastica), 4 paletti, nastro colorato, fogli da disegno, materiale per colorare.

Fase 9 – Obiettivi: Prendere ***consapevolezza*** dell'intero lavoro svolto.
Apprezzare la ***bellezza*** di alcune costruzioni e il ***valore*** di certi passaggi del percorso di apprendimento compiuto.
Comunicare ad altri le conoscenze acquisite.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Invita a ripercorrere l'itinerario svolto per sostenere l'allievo nell'autovalutazione : ▪ dello sviluppo cognitivo realizzato e nella esplicitazione: ▪ degli stati emotivi/affettivi che hanno accompagnato l'attività svolta.	Ripercorre con la classe l'itinerario svolto e verifica il tipo di incremento cognitivo - affettivo
Propone di scrivere un *breve racconto*	Esegue il testo secondo le richieste ricevute.

sull'esperienza compiuta, indicando concetti appresi, difficoltà incontrate, emozioni provate… Allestisce, con l'aiuto degli allievi, una *mostra matematica*(*) che testimonia l'intero percorso compiuto e ne evidenzia i *passi fondamentali.* Ad ogni passo viene riservato uno *spazio*, segnalato da un cartello per indicare l'acquisizione corrispondente, dove vengono esposti materiali in disposizioni significative, rappresentazioni grafiche fatte dai bambini (raccolte in album) e fotografie dei bambini al lavoro. (*) La mostra viene organizzata alla fine dell'anno scolastico, visitata da alunni di altre classi e genitori.	 Partecipa all'allestimento della mostra. E' responsabile (a turno) con uno/due compagni di uno spazio, spiega ai visitatori l'uso degli oggetti esposti e il significato del lavoro compiuto.

Organizzazione/metodo: meta cognizione; elaborazione di un testo; dimostrazione di acquisizioni significative.
Raggruppamento alunni. lavoro gruppo classe; individuale; a piccoli gruppi.
Mezzi : materiale strutturato precedentemente utilizzato; quaderno; spazio e materiale per allestimento della mostra.

Unità di Apprendimento:
Docente formatrice: Prof.ssa Maria Piccione – Università di Siena
CONCETTO : Perimetro e Area

Dati identificativi	**ANNO SCOLASTICO**	2011-12
	ISTITUTO	
	SCUOLA	Secondaria di primo grado
	AREA	Matematico – scientifica - tecnologica
	DOCENTE	
	DESTINATARI	Alunni di classe ……….

MAPPA CONCETTUALE

L'IDENTIFICAZIONE
DI
FIGURE GEOMETRICHE PIANE
RIGUARDA LA
RELAZIONE
TRA

PERIMETRO **E** AREA

PER CUI CON IL CONFRONTO DINAMICO SI SCOPRE CHE

ISOPERIMETRIA ≠ EQUIESTENSIONE

Obiettivo formativo: **prendere consapevolezza della diversità concettuale esistente tra le nozioni di perimetro e di area di una figura piana; acquisire i concetti di isoperimetria e di equiestensione; comprendere e descrivere le modalità di variazione dell'area di figure isoperimetriche e, viceversa, le modalità di variazione del perimetro di figure equiestese.**

Fase 0 – Obiettivo: Indagare sulle **conoscenze pregresse** possedute dai ragazzi relativamente ai concetti

- di misura e di grandezza misurabile in generale
- di grandezza geometrica
- di perimetro e area di una figura piana
- di misura del perimetro e dell'area di una figura piana

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Per introdurre l'argomento chiede agli allievi di disporsi in cerchio (circle time), spiega la modalità e la funzione di svolgimento della Conversazione Clinica.	Si dispone in cerchio e ascolta.
Anima una conversazione guidata da domande: *Sai dire che cosa significa misurare?* *Sai fare esempi di cose che si misurano?* *Sai spiegare come si fa una misura?* *E come si esprime una misura?* *Che cosa si misura in Geometria?* *Che cosa è il perimetro di una figura piana?* *Che cosa è l'area?* *Come calcoli il perimetro di un poligono?*	Risponde e si confronta con gli interventi dei compagni. Rileva eventuali difficoltà o incertezze personali.

Come calcoli l'area di un poligono? *Si può calcolare il perimetro di una figura piana non poligonale?* *E l'area?* ………………………………………………………………………..	

Organizzazione/Metodo: conversazione clinica; circle time
Raggruppamento alunni: lavoro gruppo classe; individuale
Mezzi e strumenti**: materiale presente nell'ambiente, pennarelli**

Fase1 – Obiettivo: Operare la ***ricostruzione concettuale*** dei concetti indagati con attenzione alle componenti affettive e meta cognitive dei soggetti.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Riprende le risposte e le osservazioni degli allievi più significative e, riferendosi anche ad unità precedentemente svolte, chiede di annotare i concetti di misura, di grandezza, di perimetro e di area. Esorta alla esplicitazione delle immagini mentali individuali.	Partecipa attivamente alla ridefinizione dei concetti di misura, di grandezza, di perimetro e di area. Espone i concetti ricomposti e descrive le relative immagini mentali.

Organizzazione/Metodo: meta cognizione; conversazione guidata, descrizione immagini mentali.
Raggruppamento alunni: lavoro gruppo classe; individuale
Mezzi e strumenti**: quaderno, testo/testi.**

Fase2 – Obiettivo: Confrontare ***perimetro e area*** delle principali figure piane per rafforzare la consapevolezza della diversità concettuale esistente tra le due nozioni.
Proporre un contesto di problem-solving capace di generare interesse.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
1) Pone il problema del confronto perimetro-area. Chiede: *Se due figure hanno lo stesso perimetro hanno anche la stessa area?*	Partecipa all'attività e risponde alla domanda esplicitando la sua ipotesi.
Presenta il "gioco della cordicella chiusa", tesa tra quattro dita a formare un rettangolo. Genera tanti rettangoli diversi con piccole variazioni della base e (conseguentemente) dell'altezza. Raccoglie le impressioni.	Esegue operativamente il "gioco della cordicella chiusa" ed esplicita le sue ipotesi/ risposte motivandole.
Invita ad una soluzione numerica.	
Presenta un materiale costituito da cinque rettangoli quadrettati, di area 36 unità quadrate, di cartoncino. Pone la domanda inversa: *Se due figure hanno lo stessa area hanno anche lo stesso perimetro?* Raccoglie le risposte.	**Osserva il materiale e risponde alla domanda esplicitando la sua ipotesi. Scopre che poligoni equiestesi non sempre hanno lo stesso perimetro.**
2) Ripropone lo stesso problema per i triangoli isoperimetrici di ugual base.	Partecipa all'attività e risponde alla domanda esplicitando la sua ipotesi.
Presenta l'esperimento della cordicella chiusa articolata su una tavoletta con due chiodi (a distanza opportuna). Rivolge la domanda analoga al caso precedente. Raccoglie le risposte.	Esegue operativamente il "gioco della cordicella chiusa" ed esplicita le sue ipotesi/ risposte motivandole.

Invita ad una soluzione numerica. Presenta il materiale per generare triangoli di ugual base equiestesi: una tavoletta con due chiodi (a distanza opportuna). Rivolge la domanda analoga al caso precedente. Raccoglie le risposte. 3) Pone le seguenti domande: *Tra i rettangoli isoperimetrici ce n'è uno che ha area massima? Qual è?* *Tra i rettangoli equiestesi ce n'è uno che ha perimetro minimo? Qual è?* Ripropone domande analoghe per i triangoli di ugual base. Raccoglie le risposte. Invita ad una soluzione numerica.	Esegue quanto indicato e risponde. Partecipa all'attività operativamente, propone congetture e, poi, fornisce risposte motivate.

Organizzazione/Metodo: attività di problem solving con uso di materiale strutturato
Raggruppamento alunni: lavoro in piccoli gruppi.
Mezzi e strumenti: **cordicella chiusa, rettangoli quadrettati di area 36 unità quadrate (1x36; 2x18; 3x12; 4x8; 6x6) realizzati in cartoncino, tavoletta con due chiodi, tavoletta con due chiodi e guida, elastico.**

Fase 3 – Obiettivo: Scoprire ***regolarità matematic*****he**.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
1) Chiede di discutere e verificare la proprietà generale: *Tra tutti i poligoni (convessi) piani di n lati e perimetro fissato, quello regolare ha area massima.* Chiede poi di discutere e verificare che, a parità di perimetro: *L'area del triangolo equilatero è minore dell'area del quadrato che è minore dell'area del pentagono regolare che è minore dell'area dell'esagono regolare, e così via.* ovvero che: *a parità di perimetro, l'area aumenta all'aumentare del numero dei lati.* Suggerisce l'idea-limite che: *tra le superfici piane con lo stesso perimetro il cerchio ha area massima.* 2) Chiede di ripercorrere la stessa analisi per individuare proprietà generali avendo fissato l'area. Anzitutto discutere la proprietà: *Tra tutti i poligoni (convessi) piani di n lati e area fissata, quello regolare ha perimetro minimo.* Poi, chiede di vedere che cosa accade al perimetro dei poligoni regolari aventi uguale area, considerando il caso limite del cerchio.	Partecipa all'attività ricorrendo all'intuizione, cercando e attuando strategie risolutive Partecipa all'attività ricorrendo all'intuizione, cercando e attuando strategie risolutive .

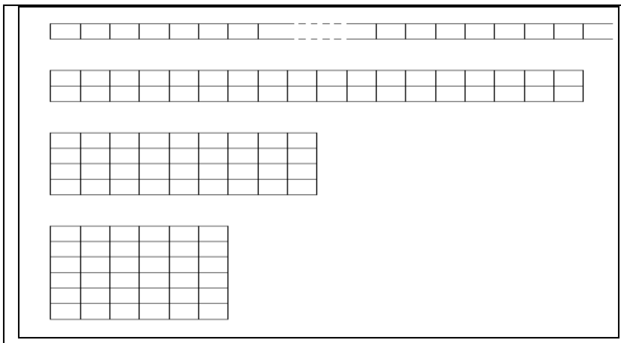
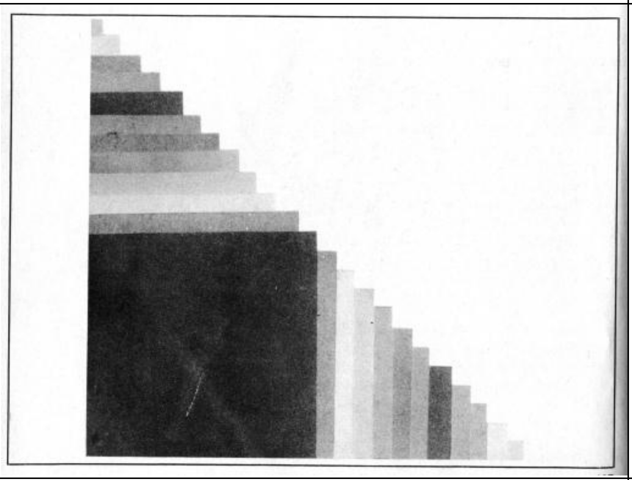
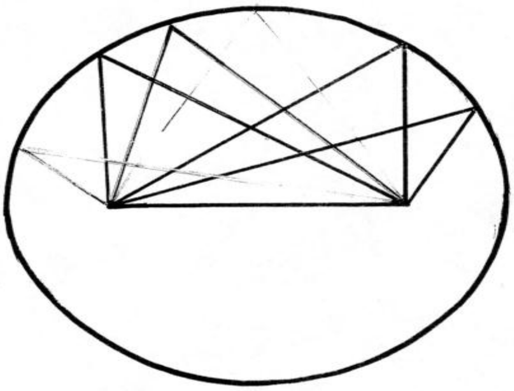
Organizzazione/Metodo: attività di sperimentazione con uso di materiale strutturato.
Raggruppamento alunni: lavoro in piccoli gruppi.
Mezzi e strumenti: usuali

Fase 4 – Obiettivo: Attuazione del processo di ***astrazione***.

Cosa fa l'insegnante	Cosa fa l'allievo
Fa costruire e usare un materiale costituito da	Partecipa all'attività operativamente,

rettangoli isoperimetrici da disporre con i lati appoggiati a due righelli perpendicolari. Invita ad osservare e commentare la disposizione dei vertici liberi (lungo una retta). Svolge analoghe attività con: • un materiale di rettangoli equiestesi (disposizione dei vertici liberi lungo una iperbole); • un materiale di triangoli isoperimetrici con ugual base (disposizione dei vertici liberi lungo una ellisse); • un materiale di triangoli equiestesi con ugual base(disposizione dei vertici liberi lungo una retta).	 Osserva e commenta i risultati.

ALLEGATI

Organizzazione/Metodo: **attività laboratoriale di problem solving**
Raggruppamento alunni: lavoro in piccoli gruppi.
Mezzi e strumenti: **materiale strutturato precedentemente utilizzato, due righe perpendicolari**

SUGGERIMENTI:
L'attività descritta in questa unità ricalca una classica ed efficacissima proposta didattica dovuta ad **Emma Castelnuovo**.
Un riferimento bibliografico per la consultazione diretta della proposta stessa è la corrente edizione del suo famoso libro scolastico:
***La matematica. Numeri-Figure piane. Modulo A/B. Per la Scuola media,* La Nuova Italia ed.**
Dell'autrice, sono consultabili in Internet, l'interessante articolo sull'insegnamento della Matematica:
"Aprire lo sguardo verso la Matematica"* in M.EMMER, *Matematica e Cultura 2003, Springer
e il testo della: ***Lectio Magistralis* di apertura del Festival della Matematica del 2007**
del quale è riportato uno stralcio di seguito:
Emma Castelnuovo descrive il suo modo di avvicinare i ragazzi alla Matematica, partendo dall'osservazione del reale:
<< E allora, sempre materiale da niente, a un certo punto presento uno spago. Uno spago messo a forma di rettangolo. Benissimo. A nessuno gliene importa niente, ma, appena faccio così si muove.
Dico: «Che cosa succede del perimetro e dell'area?»
Beh, il perimetro, è evidente, lo spago è sempre lo stesso, rimane uguale. E l'area?In tutti i paesi del mondo, dove ho lavorato, si risponde così:
«L'area, nel passaggio da qua a qua, non può cambiare: perché come potrebbe l'area uscire da un contorno?».
Il tutto ci fa pensare. La stessa cosa la dice Galileo: Galileo dice che molte persone pensano che se due piazze hanno lo stesso contorno per forza devono contenere la stessa area. Idem. Passano i secoli rimane uguale. Fino al caso limite che produce uno shock. Ma lo shock c'è stato subito. Qualcuno cui piace di più, come dire, avere i piedi sulla terra, dice:«È chiaro che non può cambiare l'area, perché l'area si trova base per altezza. Quando io, da questo, faccio così, l'altezza diminuisce la base aumenta, dunque si compensano, punto».
L'interesse è tale che queste discussioni sono affascinanti.
Ed è necessario un paziente ascolto dei giovani perché si consolidi l'idea che l'area cambia e da loro venga la ricerca del rettangolo di area massima (il quadrato). […]
>>